



---

---

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**UNIDAD DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

**“ECUACIONES DE DISEÑO PARA MUROS  
CONFINADOS SUJETOS A CARGAS UNIFORMES FUERA  
DEL PLANO”**

**TESIS**

**PRESENTADA POR:**

**I.C. CÉSAR GERARDO FREYRE PINTO**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE**

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**OPCIÓN ESTRUCTURAS****MÉRIDA, YUCATÁN, MÉXICO****2019**

Aunque este trabajo hubiere servido para el Examen de Grado y hubiera sido aprobado por el sínodo, sólo el autor es responsable de las doctrinas emitidas en él.



## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el financiamiento otorgado para el desarrollo de esta tesis.

## RESUMEN

Los muros de mampostería confinada son ampliamente utilizados en Latinoamérica (México, Chile, Perú, Colombia, Argentina y Venezuela), Asia (Irán, China e Indonesia), Europa (Italia, Eslovenia, Rumania y Serbia) y África (Algeria y Marruecos). La mampostería confinada es un sistema estructural compuesto de un marco rígido de elementos confinantes colado alrededor de un panel de mampostería no reforzada. Durante el proceso constructivo, primero se construye el panel de mampostería y posteriormente se construyen los elementos confinantes de concreto reforzado. Los muros de mampostería confinada pueden estar sometidos a la acción de cargas en su plano y fuera de su plano. Las cargas fuera del plano pueden ser producto de su peso propio al estar sometidos a acciones sísmicas o cargas uniformes debidas a la acción del viento.

Actualmente existe una metodología para el diseño de muros de mampostería confinada sujetos a cargas uniformes fuera del plano. En esta metodología se utilizan tablas de diseño, lo cual hace laborioso el procedimiento. Por lo anterior, es importante simplificar el uso de la metodología desarrollando ecuaciones de diseño. Por otro lado, se han desarrollado ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano de muros de mampostería confinada, sin embargo, estas ecuaciones sólo consideran muros con relación de aspecto menor o igual que uno. En la práctica es común encontrar muros con relación de aspecto mayor que uno por lo que es necesario tener ecuaciones de diseño para estos muros.

El objetivo de este trabajo es desarrollar ecuaciones de diseño para muros de mampostería confinada sujetos a cargas uniformes fuera del plano. Para lograr el

objetivo se realizó un análisis de sensibilidad de las principales variables que influyen en el comportamiento de los muros de mampostería confinada sujetos a cargas uniformes fuera del plano. Se determinó la resistencia fuera del plano de 6912 muros utilizando el método del puntal bidireccional. Las variables consideradas fueron la resistencia a compresión axial de la mampostería, la relación de aspecto y el espesor del muro, la rigidez en el plano de los elementos confinantes y el esfuerzo axial del muro. Se consideraron resistencias a compresión de la mampostería entre 2 y 10 MPa, relaciones de aspecto entre 0.50 y 2.00, espesores del muro entre 100 y 200 mm, rigidez de los elementos confinantes entre 0.69 y 56.49 kN/mm y esfuerzo axial entre 0 y 392.27 kPa. Adicionalmente se encontró en la literatura la resistencia fuera del plano experimental de 24 muros de mampostería confinada. Se determinó analíticamente la resistencia fuera del plano de estos muros utilizando los métodos de líneas de fluencia, líneas de fluencia modificado, puntal de compresión y con la ecuación desarrollada en este trabajo. El promedio de la relación entre las resistencias analíticas y la resistencia fuera del plano experimental fue de 0.64, 0.65, 0.52 y 1.11 con coeficientes de variación de 33%, 36%, 39% y 20% para los métodos líneas de fluencia, líneas de fluencia modificado, puntal de compresión y la ecuación desarrollada en este trabajo, respectivamente. Se observó que con la ecuación desarrollada en este trabajo se predice mejor la resistencia fuera del plano de muros de mampostería confinada.

## **ABSTRACT**

Confined masonry walls are widely used in some countries of Latin America (Mexico, Chile, Peru, Colombia, Argentina and Venezuela), Asia (Iran, China and Indonesia), Europe (Italy, Slovenia, Romania and Serbia) and Africa (Algeria and Morocco). Confined masonry is a structural system composed of rigid reinforced concrete confining elements cast around an unreinforced masonry wall panel. In confined masonry, the wall panel is constructed first and later the confining elements. Confined walls are required to withstand both in-plane and out-of-plane loads. Out-of-plane distributed loads can be related to seismic forces due to wall self-weight or uniform pressures due to wind forces.

Currently there is a methodology for the out-of-plane design of confined masonry walls. To apply this methodology design tables are used, which makes the procedure burdensome. Therefore, it is important to simplify the use of the methodology by developing design equations. On the other hand, equations to determine the out-of-plane strength of confined masonry walls have been developed, however these equations only account for confined masonry walls with aspect ratio less than one. In practice it is common to find walls with aspect ratio greater than one, hence it is necessary to develop equations to account for this kind of walls.

The objective of this work is to develop out-of-plane design equations for confined masonry walls. In order to accomplish this, a parametric study on the main variables that influence the out-of-plane behavior of confined masonry walls was carried out. The analytical out-of-plane strength of 6912 confined masonry walls was determined using the bidirectional strut method. The variables considered were the axial compressive

strength of masonry, the wall aspect ratio, the wall thickness, the confining elements in-plane stiffness and the axial stress on the wall. Axial compressive strengths of masonry from 2 to 10 MPa, aspect ratios from 0.50 to 2.00, wall thicknesses from 100 mm to 200 mm, in-plane stiffnesses of confining elements from 0.69 to 56.49 kN/mm and axial stresses on the wall from 0 to 392.27 kPa were considered. Additionally, the out-of-plane strength of 24 confined masonry walls were obtained from the literature. The analytical out-of-plane strength of this walls was determined using the yielding line, modified yielding line, compressive strut methods and the equation developed in this work. The average of the ratio between the analytical out-of-plane strengths and the experimental results was 0.64, 0.65, 0.52 and 1.11 with coefficients of variation of 33%, 36%, 39% and 20% for the yielding line, modified yielding line, compressive strut methods and the equation developed in this work, respectively. It was observed that with the design equation developed in this work the out-of-plane strength of confined masonry walls is better predicted.



# CONTENIDO

<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>4</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>5</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>7</b>
<b>CONTENIDO .....</b>	<b>9</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS .....</b>	<b>12</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>16</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>17</b>
<b>1.1 Planteamiento del problema.....</b>	<b>17</b>
<b>1.2 Objetivos.....</b>	<b>19</b>
1.2.1    Objetivo general .....	19
1.2.2    Objetivos específicos.....	19
<b>1.3 Alcance de la tesis .....</b>	<b>19</b>
<b>1.4 Contenido .....</b>	<b>19</b>
<b>2 REVISIÓN DE LA LITERATURA .....</b>	<b>21</b>
<b>2.1 Comportamiento experimental de muros de mampostería confinada sujetos a cargas fuera del plano.....</b>	<b>21</b>

<b>2.2</b>	<b>Métodos analíticos para determinar la resistencia fuera del plano de MMC .....</b>	<b>27</b>
<b>2.3</b>	<b>Conclusiones de la revisión de la literatura .....</b>	<b>37</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGÍA .....</b>	<b>39</b>
<b>3.1</b>	<b>Modificar el programa de cómputo para la aplicación del MPB .....</b>	<b>39</b>
<b>3.2</b>	<b>Realizar un análisis de sensibilidad de la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano de MMC .....</b>	<b>42</b>
3.2.1	Rigidez en el plano de los elementos confinantes .....	50
<b>3.3</b>	<b>Desarrollar ecuaciones de diseño fuera del plano para MMC .....</b>	<b>56</b>
<b>3.4</b>	<b>Validar las ecuaciones de diseño fuera del plano con resultados experimentales</b>	<b>58</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....</b>	<b>62</b>
<b>4.1</b>	<b>Análisis de sensibilidad de la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano</b>	<b>62</b>
4.1.1	Efecto de la resistencia a compresión axial de la mampostería .....	62
4.1.2	Efecto del espesor del muro .....	64
4.1.3	Efecto de la relación de aspecto.....	65
4.1.4	Efecto de la rigidez en el plano de los elementos confinantes .....	67
4.1.5	Efecto del esfuerzo axial en los muros .....	70
4.1.6	Relación entre las fuerzas en el plano y la resistencia fuera del plano .....	71

<b>4.2 Ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano .....</b>	<b>75</b>
4.2.1 Ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano de muros con esfuerzo axial nulo .....	75
4.2.2 Ecuaciones para determinar la contribución del esfuerzo axial .....	93
<b>4.3 Ecuaciones para determinar las fuerzas en el plano.....</b>	<b>100</b>
<b>4.4 Comparación de métodos analíticos con resultados experimentales .....</b>	<b>111</b>
<b>4.5 Resumen de ecuaciones .....</b>	<b>115</b>
<b>5 CONCLUSIONES.....</b>	<b>121</b>
<b>6 REFERENCIAS.....</b>	<b>124</b>
<b>7 APÉNDICE A .....</b>	<b>128</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Patrón de agrietamiento idealizado y franjas horizontales y verticales .....	31
Figura 2.2 Discretización de elementos y condiciones de apoyo .....	32
Figura 3.1 Patrones de agrietamiento según la relación de aspecto .....	40
Figura 3.2 Aplastamiento del panel en las zonas rígidas del marco de EC .....	41
Figura 3.3 Archivo de entrada para el programa MPB .....	47
Figura 3.4 Interfaz del programa MPB .....	47
Figura 3.5 Interfaz del programa MPB-mod .....	48
Figura 3.6 Archivo de salida del programa MPB-mod .....	49
Figura 3.7 Archivo con resumen de resultados para un conjunto de muros modelados .....	49
Figura 3.8 Ejemplo de familia de curvas estudiando $f_m$ y el parámetro $hec$ .....	50
Figura 3.9 Dala empotrada en sus extremos .....	51
Figura 3.10. Sistema equivalente de fuerzas aplicadas en la dala .....	53
Figura 3.11. Rotación debida a MT .....	54
Figura 4.1. Curvas resistencia fuera del plano – resistencia a compresión axial de la mampostería. ....	63
Figura 4.2. Curvas resistencia fuera del plano – espesor del muro. ....	64
Figura 4.3. Curvas resistencia fuera del plano - relación de aspecto. ....	66
Figura 4.4. Curvas aportación de los puntales verticales - rigidez vertical.....	67
Figura 4.5. Curvas aportación de los puntales verticales - rigidez horizontal .....	68

Figura 4.6. Curvas aportación de los puntales horizontales - rigidez vertical .....	68
Figura 4.7. Curvas aportación de los puntales horizontales - rigidez horizontal .....	69
Figura 4.8. Efecto del esfuerzo axial en la resistencia fuera del plano de MMC. ....	70
Figura 4.9. Relación entre las fuerzas en el plano y la resistencia fuera del plano. ....	72
Figura 4.10. Efecto del esfuerzo axial en las fuerzas en el plano. ....	73
Figura 4.11. Comportamiento de $\alpha_1$ calculado con WV - KV .....	76
Figura 4.12. Comportamiento de $\alpha_1$ calculado con WV - KH. ....	76
Figura 4.13. Comportamiento de $\alpha_1$ calculado con WH - KV. ....	77
Figura 4.14. Comportamiento de $\alpha_1$ calculado con WH - KH .....	77
Figura 4.15. Comportamiento de $\alpha_2$ calculado con WV - KV .....	79
Figura 4.16. Comportamiento de $\alpha_2$ calculado con WV - KH. ....	79
Figura 4.17. Comportamiento de $\alpha_2$ calculado con WH - KV. ....	80
Figura 4.18. Comportamiento de $\alpha_2$ calculado con WH - KH .....	80
Figura 4.19. Valores de $WVf_{ma1ta2}$ y $WHf_{ma1ta2}$ para muros con $0.50 \leq hL \leq 0.75$ .....	82
Figura 4.20. Valores de $WVf_{ma1ta2}$ y $WHf_{ma1ta2}$ para muros con $0.75 \leq hL \leq 1.00$ .....	83
Figura 4.21. Valores de $WVf_{ma1ta2}$ y $WHf_{ma1ta2}$ para muros con $1.00 \leq hL \leq 2.00$ .....	83
Figura 4.22. Resistencias calculadas con la ecuación vs. MPB ( $0.50 \leq HL \leq 0.75$ ) .....	86
Figura 4.23. Resistencias calculadas con la ecuación vs. MPB ( $0.75 \leq HL < 1.00$ ) .....	87
Figura 4.24. Resistencias calculadas con la ecuación vs. MPB ( $1.00 < HL \leq 2.00$ ) .....	87

Figura 4.25. Influencia de las variables en la relación de resistencias analíticas.....	89
Figura 4.26. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $0.50 \leq HL \leq 0.75$ ).....	91
Figura 4.27. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $0.75 < HL \leq 1.00$ ).....	92
Figura 4.28. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $1.00 < HL \leq 2.00$ ).....	93
Figura 4.29. Valor de $\beta_3$ para muros con $0.50 \leq HL \leq 0.75$ .....	95
Figura 4.30. Valor de $\beta_3$ para muros con $0.75 < HL < 1.00$ .....	95
Figura 4.31. Valor de $\beta_3$ para muros con $1.00 < HL \leq 2.00$ .....	96
Figura 4.32. Influencia de las variables en el valor $\beta_3$ .....	97
Figura 4.33. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.25 vs. MPB ( $0.50 \leq HL \leq 0.75$ ).....	98
Figura 4.34. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $0.75 < HL \leq 1.00$ ).....	99
Figura 4.35. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $1.00 < HL \leq 2.00$ ).....	100
Figura 4.36. Comportamiento de la fuerza en el plano normalizada con la resistencia fuera del plano en función de las diferentes variables ( $0.50 \leq HL \leq 0.75$ ).....	102
Figura 4.37. Comportamiento de la fuerza en el plano normalizada con la resistencia fuera del plano en función de las diferentes variables ( $0.75 < HL < 1.00$ ).....	103
Figura 4.38. Comportamiento de la fuerza en el plano normalizada con la resistencia fuera del plano en función de las diferentes variables ( $1.00 < HL \leq 2.00$ ).....	104
Figura 4.39. Fuerzas en el plano calculadas con el MPB contra fuerzas en el plano calculadas a partir de las variables más influyentes ( $0.50 \leq HL \leq 0.75$ ).....	105
Figura 4.40. Fuerzas en el plano calculadas con el MPB contra fuerzas en el plano calculadas a partir de las variables más influyentes ( $0.75 < HL < 1.00$ ).....	106

Figura 4.41. Fuerzas en el plano calculadas con el MPB contra fuerzas en el plano calculadas a partir de las variables más influyentes ( $1.00 < HL \leq 2.00$ ).....	106
Figura 4.42. Comportamiento de la disminución en la magnitud de las fuerzas en el plano contra el espesor del muro ( $0.50 \leq HL \leq 0.75$ ).....	108
Figura 4.43. Comportamiento de la disminución en la magnitud de las fuerzas en el plano contra el espesor del muro ( $0.75 < HL \leq 1.00$ ).....	108
Figura 4.44. Comportamiento de la disminución en la magnitud de las fuerzas en el plano contra el espesor del muro ( $1.00 < HL \leq 2.00$ ).....	109
Figura 7.1. Patrón de agrietamiento idealizado .....	128

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1 Valores de variables para el análisis de sensibilidad.....	44
Tabla 3.2. Propiedades geométricas y mecánicas de los muros.....	60
Tabla 4.1. Resultados estadísticos de la relación de la fuerza en el plano calculada con las Ecuaciones 4.27 a 4.29 y el MPB.....	107
Tabla 4.2- Resultados estadísticos de la relación de la fuerza en el plano calculada con las Ecuaciones 4.27 a 4.32 y el MPB.....	110
Tabla 4.3. Comparación de resistencias analíticas y experimentales.....	112
Tabla 4.4. Parámetros para calcular la resistencia fuera del plano. ....	117
Tabla 4.5. Parámetros para calcular las fuerzas en el plano. ....	119



# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Planteamiento del problema

Los muros de mampostería confinada es el sistema estructural más utilizado para la construcción de viviendas, oficinas, escuelas, entre otros. Este tipo de muros pueden estar sometidos a diferentes solicitaciones, como la acción del viento, que actúa perpendicular al muro, es decir, fuera de su plano. La falla de estos sistemas estructurales puede poner en riesgo vidas humanas. Por lo tanto, es necesario tener un diseño estructural adecuado.

En México, actualmente no existe reglamentación para el diseño por cargas fuera del plano. Por ejemplo, para el caso de diseño eólico se asume que el panel de los muros perpendiculares a la dirección del viento se comporta de manera satisfactoria. Las fuerzas generadas en los muros se transmiten a los elementos paralelos a la dirección del viento y estos son los que se diseñan. Los muros perpendiculares a la dirección del viento se pueden diseñar mediante un análisis elástico lineal y la resistencia a tensión por flexión de la mampostería. Sin embargo, en este caso la resistencia fuera del plano de los muros estará asociada con el primer agrietamiento, lo cual puede ser excesivamente conservador.

En los últimos años, se han realizado estudios experimentales sobre el comportamiento de muros de mampostería confinada (MMC) sometidos a cargas fuera del plano. Se encontró que las principales variables que influyen en el comportamiento fuera del plano son: las condiciones de apoyo (Varela-Rivera et al. 2011), la relación de esbeltez (altura sobre espesor) (Varela-Rivera et al. 2012a), la carga axial (Varela-

Rivera et al. 2012b, Cacep 2019), aberturas en los muros (Varela-Rivera et al. 2015), el tipo de pieza (Moreno-Herrera et al. 2016) y la relación de aspecto (altura sobre longitud) (Varela-Rivera et al. 2012a, Moreno-Herrera et al. 2016, G. Cantón 2016, Cacep 2019). En dichos estudios se ha observado que el comportamiento fuera del plano de los MMC, en general, se divide en dos etapas. La primera es elástico lineal hasta la formación de los primeros agrietamientos. La segunda es no lineal y está asociada con la formación de un mecanismo de arco en dos direcciones ortogonales. La resistencia fuera del plano está relacionada con dicho mecanismo de arco.

Asimismo, se han utilizado diversos modelos analíticos para determinar la resistencia fuera del plano de MMC. Entre los modelos considerados están el de líneas de fluencia (Varela-Rivera et al. 2011, 2012a, 2012b, 2015), líneas de falla (Varela-Rivera et al. 2011, 2012a, 2012b), líneas de fluencia modificado (Pasca et al. 2017), mecanismo de arco modificado (Pasca et al. 2017), puntal de compresión (Varela-Rivera et al. 2011, 2012a, 2015, Pasca et al. 2017) y puntal bidireccional (Moreno-Herrera et al. 2014, 2016, Varela-Rivera et al. 2015). Con el método que mejor se predice la resistencia fuera del plano es con el del puntal bidireccional (Varela-Rivera et al. 2015). Por otro lado, se desarrollaron ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano de MMC (Rodríguez, 2018). Dichas ecuaciones fueron desarrolladas usando el MPB. Sin embargo, tanto los modelos como las ecuaciones fueron validados con resultados experimentales de MMC con relaciones de aspecto menores o iguales que uno.

Se ha desarrollado una metodología de diseño fuera del plano de MMC (Moreno-Herrera et al. 2016). En esta metodología se emplean tablas de diseño desarrolladas usando el MPB. Estas tablas pueden ser sustituidas por las ecuaciones propuestas

por Rodríguez (2018). Con base en la revisión de la literatura se encontró que existe la necesidad de desarrollar ecuaciones para el diseño fuera del plano de MMC con relaciones de aspecto mayores que uno.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo general**

Proponer ecuaciones de diseño para muros de mampostería confinada sujetos a cargas uniformes fuera del plano.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Realizar un análisis de sensibilidad de las variables que influyen en el comportamiento fuera del plano de muros de mampostería confinada.
- Desarrollar ecuaciones de diseño para MMC con relaciones de aspecto mayores a uno.

## **1.3 Alcance de la tesis**

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación cuyo objetivo es evaluar el comportamiento de muros de mampostería confinada sujetos a cargas fuera del plano. Dicho proyecto está dividido en una parte experimental (Cacep, 2019) y una parte analítica de la cual se encarga el presente trabajo. Los resultados obtenidos en la parte experimental del proyecto sirvieron para validar la parte analítica en este trabajo.

## **1.4 Contenido**

Este trabajo cuenta con seis capítulos, organizados de la siguiente manera:

Capítulo 1. Se presenta una introducción a la problemática que se atiende en esta investigación, el objetivo general, los objetivos específicos y el alcance de este trabajo.

Capítulo 2. Se presenta la revisión de literatura.

Capítulo 3. Se presenta la metodología utilizada

Capítulo 4. Se presentan los resultados obtenidos, así como su análisis e interpretación

Capítulo 6. Se presentan las conclusiones de este trabajo de investigación.

## **2 REVISIÓN DE LA LITERATURA**

Se realizó una revisión de la literatura sobre MMC sujetos a cargas uniformes fuera del plano. Dicha revisión se dividió en dos partes: la primera se enfocó en el comportamiento experimental de MMC y la segunda en los métodos analíticos para determinar la resistencia fuera del plano de MMC.

### **2.1 Comportamiento experimental de muros de mampostería confinada sujetos a cargas fuera del plano**

Varela-Rivera et al. (2011) estudiaron el comportamiento fuera del plano de MMC. La variable de estudio fue las condiciones de apoyo. Consideraron apoyos en tres y cuatro bordes. Ensayaron 6 muros de mampostería confinada sujetos a cargas incrementales monotónicas fuera del plano. Las dimensiones de los muros fueron de 360 cm de longitud, 176 cm de altura y 15 cm de espesor. La relación de aspecto fue de 0.5 y la relación de esbeltez de 11.73. Las secciones transversales de los elementos confinantes (EC) fueron de 15 cm x 15 cm (base x altura), con una resistencia a compresión del concreto ( $f_c$ ) de 190 kg/cm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión de la mampostería sobre área total fue de 30.6 kg/cm<sup>2</sup>. Los especímenes fueron ensayados con esfuerzo axial nulo. Observaron que para ambas condiciones de apoyo el patrón de agrietamiento asociado a la falla fue similar. Dicho patrón de agrietamiento consistió en una grieta horizontal al centro del muro y grietas diagonales desde la grieta central hasta las esquinas de los EC. La falla de los muros estuvo asociada a la inestabilidad de los segmentos del muro, en donde los segmentos del muro rotan hasta eventualmente colapsar. Con base en los resultados obtenidos de los ensayos,

concluyeron que las condiciones de apoyo no afectan significativamente a la resistencia fuera del plano.

Varela-Rivera et al. (2012a) estudiaron el comportamiento de 6 MMC sujetos a cargas incrementales monotónicas fuera del plano. Las variables de estudio fueron la relación de aspecto, la relación de esbeltez y la rigidez en el plano de los elementos confinantes. Para la primera, consideraron valores entre 0.74 y 0.95, para la segunda entre 18.13 y 24.8, y para la tercera utilizaron alturas de los EC con valores de 20 cm, 25 cm y 40 cm. Ensayaron 4 muros de 15 cm de espesor y 2 de 12 cm. De los primeros, 3 tuvieron altura constante de 272 cm y longitudes de 285 cm, 295 cm y 367 cm, y uno con altura de 288 cm y longitud de 377 cm. De los segundos, uno tuvo una altura de 272 cm y longitud de 295 cm y el otro una altura de 272 cm y longitud de 295 cm. La resistencia a compresión del concreto fue de 180 kg/cm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión de la mampostería sobre área total fue de 29 kg/cm<sup>2</sup> para las piezas de 15 cm de espesor y de 25 kg/cm<sup>2</sup> para las de 12 cm. Los especímenes fueron ensayados con esfuerzo axial nulo. Observaron que el patrón de agrietamiento depende de la relación de aspecto, más no de la relación de esbeltez o de la rigidez en el plano de los EC. El patrón de agrietamiento fue similar al observado por Varela et al. (2011). Se observaron dos tipos de falla, una asociada con el aplastamiento de la mampostería, donde los esfuerzos de compresión alcanzan la resistencia a compresión de la mampostería, y otra con la inestabilidad de los segmentos del muro. Con base en los resultados concluyeron que, para muros con similar relación de esbeltez y altura de los elementos confinantes superiores, conforme la relación de aspecto aumenta, la resistencia fuera del plano aumenta. Esto se debe a que para los muros con relación

de aspecto menor se tenía una longitud mayor, por lo que la rigidez del EC superior en el plano fue menor. Para muros con relación de aspecto y altura de los elementos confinantes similares, conforme aumenta la relación de esbeltez, la resistencia fuera del plano disminuye. Para muros con relación de aspecto y relación de esbeltez similares, conforme aumenta la rigidez en el plano, la resistencia fuera del plano aumenta.

Varela-Rivera et al. (2012b) estudiaron el comportamiento fuera del plano de 3 MMC sujetos a carga axial. La variable de estudio fue el esfuerzo axial. Consideraron esfuerzos axiales de 0 kg/cm<sup>2</sup>, 0.67 kg/cm<sup>2</sup> y 2 kg/cm<sup>2</sup>. Los MMC se ensayaron bajo cargas incrementales monotónicas hasta la falla. Las dimensiones de los MMC fueron de 370 cm x 270 cm x 15 cm (longitud x altura x espesor). La relación de aspecto fue de 0.73 y una relación de esbeltez de 18. Las secciones transversales de los EC fueron de 15 cm x 20 cm. La resistencia a compresión del concreto fue de 150.82 kg/cm<sup>2</sup> para el primer muro, de 221.69 kg/cm<sup>2</sup> para el segundo y de 238 kg/cm<sup>2</sup> para el tercer muro. La resistencia a compresión de la mampostería sobre área total fue de 28.96 kg/cm<sup>2</sup> para el primer muro y 26.92 kg/cm<sup>2</sup> para el segundo y tercero. Observaron que para los tres esfuerzos axiales el patrón de agrietamiento fue similar. La falla del muro sin esfuerzo axial estuvo asociada a la inestabilidad de los segmentos de mampostería. La falla asociada a los muros con esfuerzo axial fue el aplastamiento del panel de mampostería. Esto debido a que el esfuerzo axial indujo una restricción del desplazamiento en el plano del muro, al estar aplicado en sentido contrario al mecanismo de arco que se genera por la rotación de la mampostería. Concluyeron que la resistencia fuera del plano aumenta conforme el esfuerzo axial aumenta.

Varela-Rivera et al. (2015) estudiaron el comportamiento de 4 MMC sujetos a cargas fuera del plano. Los muros se ensayaron bajo cargas incrementales monotónicas hasta la falla. Las variables de estudio fueron el tipo de abertura y el tipo de castillo intermedio. Para la primera consideraron un muro sin aberturas, dos muros con abertura equivalente a una puerta y un muro con abertura equivalente a una ventana. Las dimensiones para las aberturas equivalentes a una puerta fueron de 108 x 230 cm y 123 x 230 cm. La dimensión de la abertura equivalente a una ventana fue de 108 x 90 cm. Para la segunda variable consideraron dos tipos de castillos intermedios en los muros: ahogado para uno de los muros con abertura equivalente a una puerta, y armados para los demás muros. El primero tuvo una sección transversal de 10 cm x 10 cm, y el segundo una sección transversal de 15 cm x 15 cm. Las dimensiones de los muros fueron de 357 cm x 271 cm. La relación de aspecto fue de 0.76 y la relación de esbeltez fue de 18. Las secciones transversales de los EC superiores, inferiores y verticales exteriores fueron de 15 cm x 17 cm, 15 cm x 24 cm y 15 cm x 15 cm, respectivamente. La resistencia a compresión del concreto fue de 242 kg/cm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión de la mampostería sobre área total fue de 31.7 kg/cm<sup>2</sup>. Los MMC fueron ensayados con esfuerzo axial nulo. Observaron que el patrón de agrietamiento de los muros con aberturas fue similar al de MMC sin aberturas con relación de aspecto similar a la del panel de mampostería. Con base en los resultados obtenidos en los ensayos, concluyeron que, en general la resistencia fuera del plano está dada por la parte sólida del muro.

Moreno-Herrera et al. (2016) estudiaron el comportamiento fuera del plano de 8 MMC sujetos a cargas axiales. Las variables de estudio fueron el tipo de pieza de



mampostería y la relación de aspecto del muro. Los tipos de piezas empleados en el panel de mampostería fueron: bloques de concreto de dos celdas (BHC), con dimensiones nominales de 12 cm x 20 cm x 40 cm (espesor x altura x largo), dos tipos de tabiques de arcilla huecos, uno con dimensiones nominales de 12 cm x 20 cm x 32 cm (MB1) y otro con unas dimensiones nominales de 12 cm x 12 cm x 25 cm (MB2), y tabiques de arcilla sólidos (SB), con unas dimensiones nominales de 12 cm x 5 cm x 23 cm. Para la segunda variable consideraron relaciones de aspecto de 0.73 y 0.94. Para la primera relación las dimensiones de los muros fueron de 377 cm x 276 cm y para la segunda fueron de 295 cm x 276 cm. La relación de esbeltez fue de 23. Consideraron una sección de 12 cm x 20 cm para la cadena inferior y 12 cm x 25 cm para la cadena superior y castillos. La resistencia a compresión del concreto fue 253.43 kg/cm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión de la mampostería sobre área total fue de 37.93 kg/cm<sup>2</sup> para los muros de BHC, 66.07 kg/cm<sup>2</sup> para los de MB1, 62.91 kg/cm<sup>2</sup> para los de MB2 y 42.31 kg/cm<sup>2</sup> para los de SB. El esfuerzo axial aplicado fue de 0.85 kg/cm<sup>2</sup>. El patrón de agrietamiento que observaron fue similar al observado por Varela et al. (2012a). El muro con el panel de mampostería formado por tabiques de arcilla sólido y una relación de aspecto de 0.73 tuvo una falla por inestabilidad de los segmentos. Esto asociado al valor de la deformación unitaria máxima de la mampostería es este muro, el cual es mayor a los otros paneles de mampostería, ya que la carga máxima que podía soportar la mampostería fue mayor que la alcanzada con la rigidez del elemento confinante superior. En los otros muros, la rigidez del elemento confinante superior fue suficientemente grande para alcanzar la resistencia máxima a compresión de la mampostería, por lo que la falla fue por aplastamiento de mampostería. Concluyeron que la resistencia fuera del plano está dominada por la resistencia a

compresión de la mampostería y que la primera aumenta conforme aumenta la segunda.

G. Cantón (2016) estudió el comportamiento de 2 MMC sujetos a cargas fuera del plano incrementales monotónicas. La variable de estudio fue la relación de aspecto con elementos confinantes de sección transversal mínima. Las relaciones de aspecto fueron de 0.76 y 0.98. Las dimensiones de los MMC fueron muros de 357 cm x 271 cm y 275 cm x 271 cm. La relación de esbeltez fue de 18. Las secciones transversales de los EC fueron de 15 cm x 15 cm, con una  $f_c$  de 275.28 kg/cm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión de la mampostería sobre área total fue de 30.6 kg/cm<sup>2</sup>. Los especímenes fueron ensayados con esfuerzo axial nulo. Observó que para el muro con relación de aspecto de 0.76 se presentó una falla por inestabilidad de los segmentos y para el muro con relación de aspecto de 0.98 el tipo de falla fue por aplastamiento de la mampostería. Con base en los resultados, concluyó que la resistencia aumenta conforme la relación de aspecto aumenta.

Cacep (2019) estudió el comportamiento fuera del plano de 4 MMC con relaciones de aspecto mayores que uno. Las variables de estudio fueron la relación de aspecto y el esfuerzo de compresión axial en los MMC. Empleó bloques huecos de concreto de tres celdas con dimensiones nominales de 15 cm x 20 cm x 40 cm (espesor x altura x largo). Se consideraron relaciones de aspecto de 1.40 y 2.00. Para la primera se construyeron muros de 193 cm de largo x 271 cm de altura y para la segunda de 133 cm x 271 cm. Se consideró una sección transversal de 15 cm x 25 cm (base x altura) para la cadena inferior y de 15 cm x 15 cm para los EC verticales y superior. La resistencia a compresión del concreto fue 253.43 kg/cm<sup>2</sup>. La resistencia a compresión de la

mampostería sobre área total fue de 37.93 kg/cm<sup>2</sup>. Dos de los muros tuvieron esfuerzo axial nulo y dos tuvieron un esfuerzo axial de 3.33 kg/cm<sup>2</sup>. El patrón de agrietamiento consistió en una grieta vertical al centro del muro y grietas diagonales a 45 grados que se extendieron hacia las esquinas del panel. La falla de los muros estuvo asociada al aplastamiento de la mampostería. Se concluyó que para muros con relación de aspecto mayor que uno se cumple que la resistencia fuera del plano aumenta al aumentar la relación de aspecto, y que al aumentar el esfuerzo de compresión axial en el muro la resistencia fuera del plano aumenta.

## **2.2 Métodos analíticos para determinar la resistencia fuera del plano de MMC**

Los métodos más utilizados para determinar la resistencia fuera del plano de MMC son: líneas de fluencia (Drysdale y Essawy 1988, Middleton y Drysdale 1995, Martini 1997, Zhang et al. 2001, Varela et al. 2011, Varela et al. 2012a, Varela-Rivera et al. 2015), líneas de fluencia modificado (Dawe y Seah 1989), puntal de compresión (Abrams et al. 1996, Varela-Rivera et al. 2011, Varela-Rivera et al. 2012a, Varela et al. 2015, Pasca et al. 2017) y el método del puntal bidireccional (Moreno-Herrera et al. 2014, Varela-Rivera et al. 2015, Moreno-Herrera et al. 2016).

El método de líneas de fluencia está basado en el equilibrio de los trabajos externo e interno. Se asume un patrón de agrietamiento que divide al muro en segmentos. Dado un desplazamiento  $\Delta$  al centro del muro, se calcula el trabajo externo realizado por cada uno de los segmentos. Por otro lado, se calcula el trabajo interno generado en las líneas de falla definidas por el patrón de agrietamiento. Finalmente, la resistencia

fuera del plano se obtiene al plantear el equilibrio de los trabajos externo e interno. En el Apéndice A se presenta la deducción de la Ecuación 2.1 usando el método de líneas de fluencia.

$$w_{LF} = 48 \frac{M_{pa} h + M_{pe} l}{3 a^2 b - a^3} \quad 2.1$$

En donde h y l son la altura y la longitud del muro respectivamente. Para a y b se tiene:

$$a = \min[h, l]$$

$$b = \max[h, l]$$

El método de líneas de fluencia modificado (LFM) fue desarrollado por Dawe y Seah (1989) para determinar la resistencia fuera del plano de muros diafragma. Dicho método está basado en el de líneas de fluencia. Se considera la formación de un mecanismo de arco en dos direcciones ortogonales. Las resistencias a flexión de la mampostería se calculan considerando la aportación de las fuerzas de compresión generadas por el mecanismo de arco. Estas fuerzas se calculan considerando la rigidez en el plano del marco articulado de acero. El método fue validado con resultados experimentales de 10 muros diafragma. A partir de este método se propuso la Ecuación 2.2 para determinar la resistencia fuera del plano de los muros.

$$w_{LFM} = 800 f_m^{0.75} t^2 \left( \frac{\alpha}{l^{2.5}} + \frac{\beta}{h^{2.5}} \right) \quad 2.2$$

$$\alpha = \frac{5.623}{h} (EI_k h^2 + GJ_k t h)^{0.25} \leq 50 \quad 2.3$$

$$\beta = \frac{5.623}{l} (EI_c l^2 + GJ_c t l)^{0.25} \leq 50$$

2.4

En donde:

$f_m$	Resistencia a compresión axial de la mampostería	<i>MPa</i>
$E_c$	Módulo de elasticidad del concreto	<i>GPa</i>
$G_c$	Módulo de cortante del concreto	<i>GPa</i>
$t$	Espesor del muro	<i>mm</i>
$h$	Altura a ejes del muro	<i>mm</i>
$l$	Longitud a ejes del muro	<i>mm</i>
$I_k$	Inercia de la sección transversal de castillos	<i>mm<sup>4</sup></i>
$I_c$	Inercia de la sección transversal de cadena	<i>mm<sup>4</sup></i>
$J_k$	Constante de torsión de la sección transversal de castillos	<i>mm<sup>4</sup></i>
$J_c$	Constante de torsión de la sección transversal de cadena	<i>mm<sup>4</sup></i>

Abrams et al. (1996) desarrollaron el método del puntal de compresión (PC) para determinar la resistencia fuera del plano de muros diafragma. Este método se basa en la formación de un mecanismo de arco en una dirección. Se considera un agrietamiento horizontal al centro del muro, que lo divide en dos segmentos. La rotación como cuerpo rígido de estos segmentos permite que se generen puntales de

compresión en la dirección vertical. La falla del panel está asociada al aplastamiento de la mampostería. Finalmente, la resistencia fuera del plano está dada por la componente fuera del plano de estos puntales. El método del PC se validó con resultados experimentales de 8 muros diafragma. Con base en el método PC propuso la ecuación 2.5 para determinar la resistencia fuera del plano.

$$w_{CS} = \frac{2000 fm}{(h/t)} \lambda R_1 R_2 \quad 2.5$$

$$R_2 = \begin{cases} 0.35 + 2.49 \times 10^{-11} EI, & 5.74 \times 10^9 \leq EI \leq 25.83 \times 10^9 \text{ N mm}^2 \\ 1, & EI > 25.83 \times 10^9 \text{ N mm}^2 \end{cases} \quad 2.6$$

$$\lambda = 0.154 e^{-0.0985(h/t)} \quad 2.7$$

En donde:

- $R_1$  Factor de reducción debido al daño por cargas en el plano del muro (adimensional)
- $R_2$  Factor de reducción que considera la rigidez de los EC (adimensional)
- $\lambda$  Factor que considera los efectos de esbeltez (adimensional)

Moreno-Herrera et al. (2014) desarrollaron el método del puntal bidireccional (MPB). Dicho método se basa en la formación de un mecanismo de arco en dos direcciones ortogonales. Dado un patrón de agrietamiento, el muro se divide en segmentos. El muro se subdivide en franjas verticales y horizontales (Figura 2.1). Debido a la rotación de los segmentos del muro, se generan puntales de compresión en cada una de las franjas. Las componentes en el plano de los puntales de compresión (fuerzas en el plano) se transfieren excéntricamente al marco de elementos confinantes. El marco se divide en  $n$  elementos tipo marco. Se consideran 6 grados de libertad por nodo en los elementos tipo marco: tres desplazamientos y tres rotaciones. Se restringen los desplazamientos fuera del plano del marco y se supone que la dala inferior esta empotrada (Figura 2.2). El procedimiento iterativo se describe a continuación.

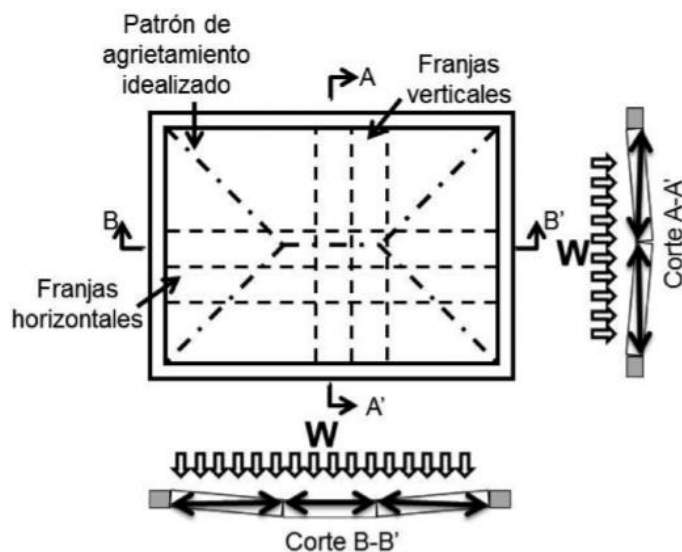


Figura 2.1 Patrón de agrietamiento idealizado y franjas horizontales y verticales

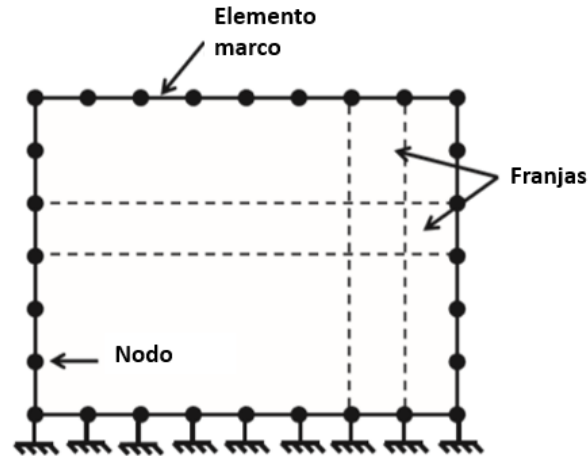


Figura 2.2 Discretización de elementos y condiciones de apoyo

- 1) Se supone inicialmente un desplazamiento fuera del plano al centro del muro. Se calculan los desplazamientos fuera del plano al centro de cada franja y el correspondiente desplazamiento en el plano. Para calcular dichos desplazamientos se supone la rotación como cuerpo rígido de los segmentos del muro.
- 2) Se calculan las fuerzas en el plano mediante un análisis elástico lineal del marco de elementos confinantes. Dicho análisis se realiza utilizando los desplazamientos en el plano obtenidos en el paso anterior.
- 3) Se corrigen los desplazamientos en el plano considerando las deformaciones axiales de los segmentos del muro y los desplazamientos en el plano asociados a la torsión de los elementos confinantes. Los acortamientos axiales se calculan suponiendo una distribución triangular de esfuerzos y una relación lineal esfuerzo-deformación hasta el aplastamiento de la mampostería. Se recalculan las fuerzas en el plano con los desplazamientos en el plano corregidos.



- 4) Se obtienen las magnitudes de los puntales de compresión para cada franja mediante el equilibrio en el plano entre dichos puntales y las fuerzas en el plano.
- 5) Las cargas fuera del plano se calculan mediante el equilibrio fuera del plano entre las fuerzas externas y las componentes fuera del plano de los puntales de compresión.

El MPB fue validado con resultados experimentales de 18 muros (Moreno-Herrera et al. 2016, Varela-Rivera et al. 2011, 2012a, 2012b, 2015). Se concluyó que con el método se predice adecuadamente la resistencia fuera del plano de MMC. La relación promedio entre la resistencia determinada con el MPB y la experimental fue de 0.97 con un coeficiente de variación de 10%.

Varela-Rivera et al. (2015) compararon las resistencias analíticas fuera del plano de MMC obtenidas mediante diferentes métodos con sus respectivas resistencias experimentales. Determinaron la resistencia analítica fuera del plano utilizando los métodos de líneas de fluencia, puntal de compresión y puntal bidireccional. Con base en la comparación de resultados analíticos y experimentales se concluyó que con el MPB se predice mejor la resistencia fuera del plano.

Moreno-Herrera et al. (2016) proponen una metodología de diseño fuera del plano de MMC. Para aplicar esta metodología se recurre al uso de tablas desarrolladas con base en el MPB. En dicho método se asume que pueden existir dos tipos de falla de manera general: la falla del panel y la falla de los elementos confinantes. Dadas unas propiedades geométricas y mecánicas del muro se obtienen la resistencia fuera del plano ( $W_M$ ), las fuerzas en el plano ( $FP$ ) y el tipo de falla del panel (aplastamiento de la mampostería o inestabilidad de los segmentos) de tablas de diseño. La falla de los

elementos confinantes se revisa mediante un análisis estructural del marco de elementos confinantes. En dicho análisis se debe considerar los momentos flexionantes, los momentos torsionantes y la carga axial.

Rodríguez (2018) desarrolló ecuaciones para el diseño fuera del plano de MMC. Con base en una revisión de la literatura estableció las principales variables que afectan la resistencia fuera del plano de MMC: la relación de aspecto, la relación de esbeltez, la rigidez de los EC, esfuerzo axial y resistencia a compresión axial de la mampostería. Utilizando el MPB calculó la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano de 3440 MMC. Realizó un análisis de sensibilidad para estudiar el efecto de cada una de las variables mencionadas anteriormente en la resistencia fuera del plano. La relación de aspecto de los MMC considerados estuvo comprendida entre 0.5 y 1. Con los resultados obtenidos del análisis de sensibilidad desarrolló ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano (Ecuaciones 2.8 a 2.16) y las fuerzas en el plano (Ecuaciones 2.17 a 2.21) de MMC. Finalmente, validó las ecuaciones con los resultados experimentales de 20 MMC (Varela-Rivera et al. 2012a, 2012b, 2015, Moreno-Herrera 2016, G. Cantón 2016). La resistencia fuera del plano analítica fue en promedio 105% la resistencia fuera del plano experimental con un coeficiente de variación de 16.29%. Concluyó que la resistencia fuera del plano para MMC se predice satisfactoriamente con dichas ecuaciones.

$$W_{MR} = W_{ec_{\sigma=0}} + \Delta W_{ec} \quad 2.8$$

$$W_{ec_{\sigma=0}} = \left(\frac{1}{\lambda_3}\right) f m^{a_1} t^{a_2} (\lambda_1 K_v^{0.5} + \lambda_2 K_h^{0.5}) \quad 2.9$$

$$\Delta W_{ec} = \frac{1}{10,000} \lambda_4 f m^{\alpha_1} t^{\alpha_2} K v^{0.5} \sigma^{0.9} \quad 2.10$$

$$\alpha_1 = 0.196 \ln(K_v) - 1.12 \quad 2.11$$

$$\alpha_2 = -0.26 \ln(K_v) + 4.25 \quad 2.12$$

$$\lambda_1 = \left(2 \frac{h}{L} - 1\right) \left(11 \frac{h}{L} - 6\right) \quad 2.13$$

$$\lambda_2 = 14.35 \left(\frac{h}{L} - 1.06\right) \left(0.12 - \frac{h}{L}\right) \quad 2.14$$

Si  $K v < 3,000 \text{ kg/cm}^2$

$$\lambda_3 = 0.5(0.047 L - 6)(0.09 h + 79) \quad 2.15$$

Si  $K v > 3,000 \text{ kg/cm}^2$

$$\lambda_3 = 500$$

$$\lambda_4 = 0.143 L - 1.56 h e c + 5.57 \geq 0 \quad 2.16$$

$$Fec = Fec_{\sigma=0} - \lambda_5 \Delta Fec \quad 2.17$$

$$Fec_{\sigma=0} = 0.19 \left(\frac{Wec_{\sigma=0}}{t}\right) \quad 2.18$$

$$\Delta Fec = 0.7 t \sigma \quad 2.19$$

Si  $K_v < 3,100 \text{ kg/cm}^2$

$$\lambda_5 = 0.5$$

Si  $K_v > 3,100 \text{ kg/cm}^2$

$$\lambda_5 = 1.00$$

$$K_v = \left( \frac{192 E I_D G J_D}{G J_D L^3 + 48 E I_D t^2 L} \right) \left( \frac{I_c L}{I_D H + I_c L} \right) \quad 2.20$$

$$K_H = \left( \frac{192 E I_c G J_c}{G J_c H^3 + 48 E I_c t^2 H} \right) \left( \frac{I_D H}{I_D H + I_c L} \right) \quad 2.21$$

$f_m$	Resistencia a compresión axial de la mampostería	$\text{kg/cm}^2$
$E_c$	Módulo de elasticidad del concreto	$\text{kg/cm}^2$
$G_c$	Módulo de cortante del concreto	$\text{kg/cm}^2$
$t$	Espesor del muro	$\text{cm}$
$h$	Altura a ejes del muro	$\text{cm}$
$l$	Longitud a ejes del muro	$\text{cm}$
$I_k$	Inercia de la sección transversal de castillos	$\text{cm}^4$
$I_c$	Inercia de la sección transversal de cadena	$\text{cm}^4$
$J_k$	Constante de torsión de la sección transversal de castillos	$\text{cm}^4$
$J_c$	Constante de torsión de la sección transversal de cadena	$\text{cm}^4$

## 2.3 Conclusiones de la revisión de la literatura

Con base en la revisión de la literatura, sobre el comportamiento experimental de MMC, se concluye que las principales variables que influyen en la resistencia fuera del plano de muros confinados son: la rigidez en el plano de los elementos confinantes, la relación de esbeltez, la relación de aspecto, el esfuerzo axial, las aberturas y la resistencia a compresión axial de la mampostería. La resistencia fuera del plano es directamente proporcional a la rigidez en el plano de los EC (Varela-Rivera et al. 2012a), a la relación de aspecto (Varela-Rivera et al. 2012a, G. Cantón 2016, Cacep 2019), al esfuerzo axial (Varela-Rivera et al. 2012b), y a la resistencia a compresión axial de la mampostería (Moreno-Herrera et al. 2016), e inversamente proporcional a la relación de esbeltez (Varela-Rivera et al. 2012a). Se pueden observar dos tipos de falla asociadas al panel: el aplastamiento de la mampostería y la inestabilidad de los segmentos del muro.

Existen ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano de muros de mampostería basadas en el método de líneas de fluencia modificado (Dawe et al., 1989) y el puntal de compresión (Abrams et al. 1996). Estas ecuaciones fueron desarrolladas para muros diafragma.

Respecto a los métodos analíticos para determinar la resistencia fuera del plano de MMC. Se concluye que, con el método del puntal bidireccional (Moreno-Herrera et al. 2014) es con el que mejor se predice la resistencia fuera del plano de MMC. Este método considera la acción de arco (puntales de compresión) en dos direcciones

ortogonales, el efecto de la torsión sobre los elementos confinantes, la variación de la rigidez a lo largo de los elementos confinantes, la resistencia a compresión axial de la mampostería, la deformación unitaria al aplastamiento de la mampostería, la relación de aspecto, el espesor del muro, la carga axial y si existen o no aberturas en el panel. Con base en este método se desarrollaron ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano de MMC (Rodríguez 2018). Estas ecuaciones se pueden emplear como parte de la metodología de diseño fuera del plano de MC propuesta por Moreno-Herrera et al. (2016). Tanto el MPB como las ecuaciones propuestas por Rodríguez (2018) fueron validados con los resultados experimentales de MMC con relaciones de aspecto menores o iguales que uno.

### 3 METODOLOGÍA

En este capítulo se presentan las actividades realizadas para el logro de los objetivos planteados, las cuales son: (1) modificar el programa de cómputo para la aplicación del MPB, (2) realizar un análisis de sensibilidad de la resistencia fuera del plano, (3) desarrollar ecuaciones de diseño fuera del plano para MMC y (4) validar las ecuaciones de diseño fuera del plano con resultados experimentales.

#### 3.1 Modificar el programa de cómputo para la aplicación del MPB

Como se mencionó anteriormente diversos autores han utilizado el método del puntal bidireccional. Para esto se han apoyado en un programa de cómputo desarrollado por Moreno-Herrera et al. (2014), sin embargo, este programa estaba limitado a muros con relación de aspecto menor o igual que uno.

Con el fin de lograr los objetivos presentados en este trabajo se realizaron las modificaciones necesarias para incluir muros con relaciones de aspecto mayores que uno. Se realizaron tres modificaciones principales: (1) Considerar diferentes patrones de agrietamiento en función de la relación de aspecto del muro (Figura 3.1), (2) calcular el vector que define la configuración deformada del marco de EC en función del desplazamiento máximo en el plano del marco y (3) considerar la variación de la zona rígida donde se generan aplastamientos tempranos de la mampostería. Mayores detalles se describen a continuación.

- (1) Se modificó la subrutina que calcula las longitudes de los segmentos en los que se divide el muro, dado un patrón de agrietamiento. En esta nueva subrutina se considera el cambio del patrón de agrietamiento para muros con relación de

aspecto mayor que uno (Figura 3.1). Similarmente se añadieron líneas de código a la subrutina que calcula los desplazamientos de cuerpo rígido del muro, tanto en el plano como fuera del plano.

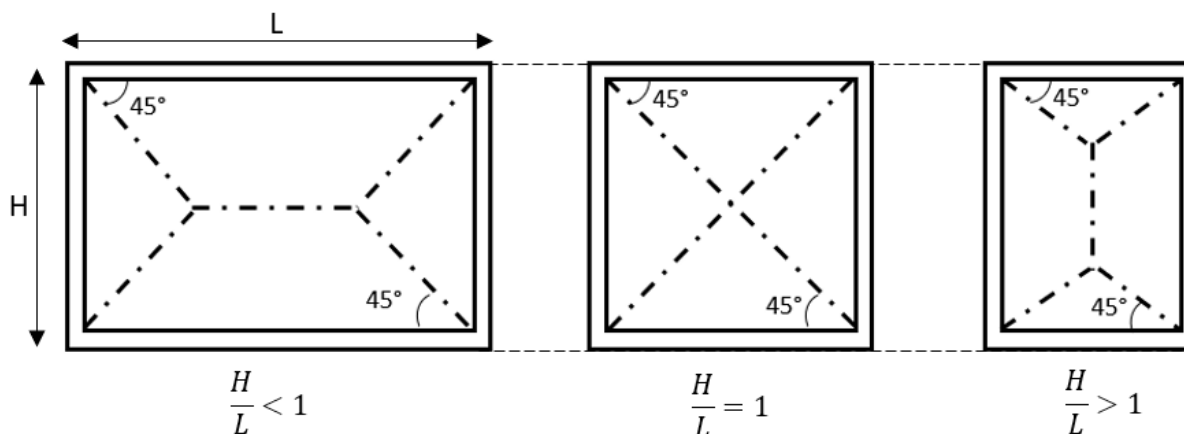


Figura 3.1 Patrones de agrietamiento según la relación de aspecto

- (2) El vector que define la configuración deformada se obtiene normalizando el vector de desplazamientos respecto al desplazamiento máximo en el plano. Anteriormente en el método se asumía que el máximo desplazamiento ocurría al centro de la cadena superior. Para muros con relación de aspecto mayor que uno este desplazamiento puede ser negativo y no necesariamente es el máximo. El uso de un desplazamiento negativo en el cálculo del vector normalizado devuelve una configuración deformada incorrecta. Lo cual puede generar problemas de compatibilidad de deformaciones y por lo tanto problemas de convergencia. El problema se resolvió calculando el vector normalizado considerando el desplazamiento máximo de los EC verticales y horizontales. Se añadieron instrucciones para localizar los desplazamientos máximos en el plano de los elementos confinantes.



(3) Se modificó la longitud que se considera de zona rígida en los elementos confinantes. En el método se asume que las franjas del panel dentro de estas zonas rígidas no contribuyen a resistencia fuera del plano debido al aplastamiento temprano de estas franjas. Adicionalmente se realizó un análisis de sensibilidad de dicha longitud con las resistencias experimentales de 20 MMC. En el método se considera una zona rígida localizada en las esquinas del muro. Se asume que las franjas del panel dentro de estas zonas rígidas no contribuyen a la resistencia fuera del plano debido al aplastamiento temprano de la mampostería. El aplastamiento temprano de la mampostería se genera debido a la una rigidez grande en dicha zona y una longitud pequeña de los segmentos del muro. Anteriormente se consideraba una longitud constante de 40 cm. Se modificó el programa para considerar una zona rígida igual al 15% de la longitud correspondiente de los elementos confinantes (castillos y cadenas). Dicha longitud calibrada se propuso con base en las observaciones experimentales de 24 MMC (Figura 3.2) (Varela-Rivera et al. 2012a, 2012b, 2015, Moreno-Herrera et al. 2016, G. Cantón 2016, Cacep 2019).



Figura 3.2 Aplastamiento del panel en las zonas rígidas del marco de EC

### **3.2 Realizar un análisis de sensibilidad de la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano de MMC**

Se realizó un análisis de sensibilidad de las principales variables que influyen en la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano de MMC. Para determinar las resistencias y las fuerzas en el plano se utilizó el MPB. Se consideraron 6912 MMC. Las variables consideradas fueron: (1) la resistencia a compresión axial de la mampostería, (2) el espesor de los muros, (3) la relación de aspecto, (4) la rigidez en el plano de los elementos confinantes y (5) la carga axial. La relación de aspecto se consideró variando la longitud y la altura de los muros. La rigidez en el plano de los elementos confinantes depende de su longitud, las dimensiones de la sección transversal y las propiedades mecánicas del concreto. Se consideraron diferentes longitudes de dadas y castillos y diferentes dimensiones de secciones transversales. Para evaluar el efecto de la rigidez se propusieron dos rigideces equivalentes. Dichas rigideces se describen en la sección 3.2.1. Lo anterior debido a que la relación de aspecto, espesor de los muros y la rigidez en el plano de los elementos confinantes están acopladas (Varela-Rivera et al. 2012a). Mientras que la carga axial y la resistencia a compresión axial de la mampostería son variables independientes (Varela-Rivera 2012b, Moreno-Herrera et al. 2016).

Los valores máximos y mínimos de las variables de estudio se consideraron a partir de las especificaciones de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería (NTCM) (GCM, 2017). Los requisitos mínimos establecidos en las NTCM para MMC indican que:

- 1) Existirán castillos por lo menos en los extremos de los muros e intersecciones con otros muros, y en puntos intermedios del muro a una separación no mayor que  $1.5 H$  ni 4 m, en donde  $H$  es la altura del muro. Los pretilos o parapetos deberán tener castillos con una separación no mayor que 4 m. Este punto define la longitud ( $L$ ) máxima de los muros
- 2) Existirá una dala en todo extremo horizontal de muro. Existirán dalas en el interior del muro a una separación no mayor de 3 m.
- 3) Los castillos y dalas tendrán como dimensión mínima el espesor de la mampostería del muro.
- 4) El concreto de castillos y dalas tendrá una resistencia a compresión  $f'_c$  no menor de 15 MPa (150 kg/cm<sup>2</sup>).

Además, se consideró que dichos valores sean representativos de MMC que se construyen en la práctica. Los valores de los espesores ( $t$ ) de los muros se seleccionaron con base en los espesores comerciales de piezas de mampostería para uso estructural, las cuales son 10, 12, 15 y 20 cm. En las NTCM se permite el uso de espesores de 10 cm para las estructuras que cumplan con los siguientes requisitos:

- a) Tiene una superficie construida no mayor que 250 cm<sup>2</sup>
- b) Tiene hasta dos niveles incluyendo niveles de estacionamiento
- c) La estructura es de los siguientes géneros: habitación unifamiliar o plurifamiliar, servicios, industria, infraestructura o agrícola, pecuario y forestal;
- d) Si es de género habitacional plurifamiliar, no deberá haber más de diez viviendas en el predio, incluyendo a las existentes; y

- e) Las estructuras del grupo A, de acuerdo con la clasificación de las estructuras de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, no podrán ser del Tipo I.

La rigidez en el plano de los elementos confinantes es función de la longitud, altura, espesor del muro, resistencia a compresión axial del concreto y peralte de los elementos confinantes. Por lo que la rigidez la podemos variar en función de la resistencia a compresión axial del concreto y del peralte de los elementos confinantes. Para este análisis se consideró una resistencia a compresión axial del concreto ( $f'_c$ ) constante e igual a 19.61 MPa. Se consideró un módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ) de 15.26 GPa. Para dicho análisis se asumen que, en general, el peralte de los elementos confinantes ( $h_{ec}$ ) es igual tanto para dalas como para castillos. El ancho de los elementos confinantes se consideró igual al espesor del muro. En la Tabla 3.1 se presentan los valores utilizados para el análisis de sensibilidad con base en las consideraciones anteriores.

Tabla 3.1 Valores de variables para el análisis de sensibilidad

Variable	Valores					
$H$ (mm)	2000	2500	3000	--	--	--
$L$ (mm)	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$t$ (mm)	100	120	150	200	--	--
$h_{ec}$ (mm)	150	200	250	300	--	--
$\sigma$ (kPa)	0.00	78.45	156.91	235.36	313.81	392.27
$f_m$ (MPa)	2	4	6	10	--	--

Los valores de esfuerzos axiales ( $\sigma$ ) de muros considerados en el análisis de sensibilidad se seleccionan con base en un análisis de cargas gravitacionales para viviendas. Se consideró un muro cargador exterior en el cual se apoya una losa en una dirección. El claro de la losa fue de 4000 mm, con una carga uniformemente repartida de 49.03 MPa. El esfuerzo axial mínimo considerado (nulo) representa el correspondiente a una barda perimetral. El esfuerzo axial de 78.45 kPa corresponde al de una estructura de 1 nivel, el de 156.91 kPa al de una de 2 niveles y así sucesivamente.

Para poder utilizar el método del puntal bidireccional repetidamente, se desarrolló el programa computacional MPB en lenguaje FORTRAN (Moreno et al. 2014). Debido a la cantidad de muros estudiados se desarrollaron dos programas computacionales: el primero para generar archivos con las propiedades de cada muro, dicho archivo proporciona los datos de entrada para el programa MPB. El segundo para organizar los resultados obtenidos con el programa MPB de forma conveniente. Mayores detalles de dichos programas se presentan más adelante.

A continuación, se describen los pasos para utilizar el programa MPB:

- a) Se genera un archivo de entrada en formato “.txt” (por ejemplo “M1.txt”). En la

Figura 3.3 se presenta un ejemplo del archivo de entrada, donde:

fm es la resistencia a compresión axial de la mampostería sobre área neta en  $\text{kg/cm}^2$

emax es la deformación unitaria al aplastamiento de la mampostería en  $\text{cm/cm}$

$h_m$  es la altura a ejes del muro en cm

$L_m$  es la longitud a ejes del muro en cm

$t_m$  es el espesor del muro en cm

$T_{cm}$  es el espesor de las paredes de las celdas para piezas huecas en cm

$E_c$  es el módulo de elasticidad del concreto en  $kg/cm^2$

$b_{ci}$  es el ancho de la sección transversal de la dala inferior en cm

$h_{ci}$  es el peralte de la sección transversal de la dala inferior en cm

$b_{cs}$  es el ancho de la sección transversal de la dala superior en cm

$h_{cs}$  es el peralte de la sección transversal de la dala superior en cm

$b_{ki}$  es el ancho de la sección transversal del castillo izquierdo en cm

$h_{ki}$  es el peralte de la sección transversal del castillo izquierdo en cm

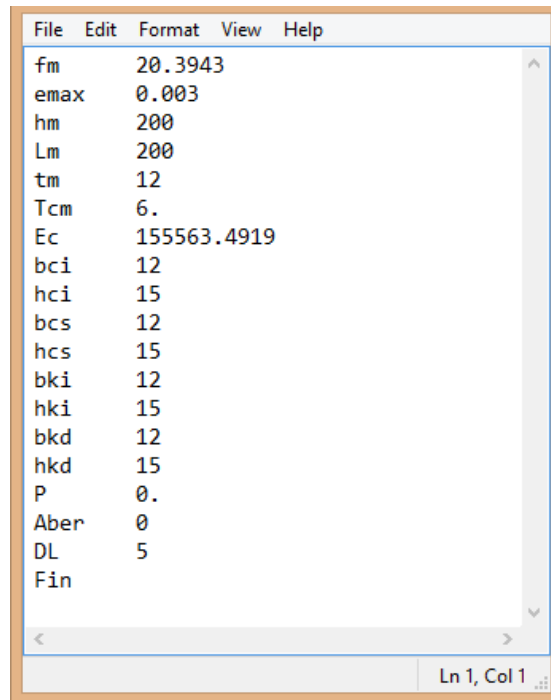
$b_{kd}$  es el ancho de la sección transversal del castillo derecho en cm

$h_{kd}$  es el peralte de la sección transversal del castillo derecho en cm

$P$  es la carga axial en  $kg/cm$

$A_{ber}$  es la altura de la abertura en cm

$DL$  es la longitud de los elementos-tipo marco



```
File Edit Format View Help
fm      20.3943
emax    0.003
hm      200
Lm      200
tm      12
Tcm     6.
Ec      155563.4919
bci     12
hci     15
bcs     12
hcs     15
bki     12
hki     15
bkd     12
hkd     15
P       0.
Aber    0
DL      5
Fin
Ln 1, Col 1
```

Figura 3.3 Archivo de entrada para el programa MPB

- b) Se ejecuta el programa MPB, se proporciona el nombre del archivo de entrada y el nombre del archivo de salida (por ejemplo “M1-res.dat”) (Figura 3.4 y Figura 3.5).



```
NOMBRE DEL ARCHIVO QUE CONTIENE LOS DATOS DEL MURO
M1.dat
Dcm      W
NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS DE SALIDA
M1-res.dat
```

Figura 3.4 Interfaz del programa MPB

- c) Se genera un archivo de salida con la resistencia fuera del plano, las fuerzas en el plano, los desplazamientos fuera del plano y el tipo falla del muro. Debido a la cantidad de MMC modelados, Rodríguez (2018) modificó el código del programa de tal manera que se pueden modelar  $n$  muros conjuntamente.

```

*****
Metodo del Puntal-Bidireccional para el calculo de resistencias de muros
Version del programa del 16 de Diciembre de 2016
*****

Este prograda corre archivos grupalmente

*****

El programa va a leer el archivo de entrada con el siguiente formato:
M<Numero a ingresar>.dat
Ejemplos: M1.dat,M55.dat,M250.dat

*****

Criterio de falla:      Si descienden dos resistencias consecutivas se detiene
*****

Numero de archivo para iniciar <solo numero>
1
Numero de archivo para terminar <solo numero, pasos de unidad>
3
Numero de archivo para agrupar todo <solo numero>
1
*****

```

Figura 3.5 Interfaz del programa MPB-mod

Con el programa se obtiene un archivo de resultados por cada muro. En dicho archivo se especifica el número de identificación del muro, la resistencia fuera del plano, las fuerzas en el plano, el tipo de falla, el porcentaje de franjas de mampostería aplastadas, las propiedades geométricas y mecánicas y la carga axial (Figura 3.6). Adicionalmente se obtienen los datos para construir la curva carga fuera del plano-desplazamiento del muro.



```

File Edit Format View Help
*****
Variables que se presentan a continuación:
Desplazamiento Fuera del plano (cm)-> Dfp
Resistencia fuera del plano (kg/m2) -> W
Fuerza en el plano (kg/cm) -> Fep !Ya dividida entre dos
Porcentaje de fibras(%)
*****

Se trabaja con el muro:      M1

;Hay aplastamiento!
Dos líneas que se van a interpolar:
Dfp, W,      Fep,      %FP
   0.800000    733.210    11.2539    43.6553
   0.900000    815.178    12.6423    47.6170

Datos ya interpolados:

No. muro,W,Fip,Falla,Porc Falla,fm,L,h,t,hec,P
      1   761.032      11.7252   CM   45.0000
*****
Ln 1, Col 1

```

Figura 3.6 Archivo de salida del programa MPB-mod

De forma similar se genera un archivo con el resumen de resultados (Figura 3.7). En este archivo se especifica el número de identificación del muro, la resistencia fuera del plano, la contribución de las franjas verticales y horizontales a la resistencia fuera del plano, las fuerzas en el plano, el tipo de falla, el porcentaje de franjas de mampostería aplastadas, las propiedades geométricas y mecánicas y la carga axial de cada muro.

File	Edit	Format	View	Help							
1	761.032	11.7252	CM	45.0000	20.3940	200.000	200.000	12.0000	15.0000	0.00000	
2	1262.47	18.2140	CM	45.0000	40.7880	200.000	200.000	12.0000	15.0000	0.00000	
3	1656.45	22.9593	CM	45.0000	61.1830	200.000	200.000	12.0000	15.0000	0.00000	

Ln 3, Col 108

Figura 3.7 Archivo con resumen de resultados para un conjunto de muros modelados

Con los resultados obtenidos con el MPB, se realizó un análisis del efecto de cada una de las variables en la resistencia fuera del plano de los MMC. Dicho análisis se hizo mediante curvas como las presentadas en la Figura 3.8. Las curvas se generaron a partir de los resultados obtenidos para muros en los cuales se mantuvo constantes todas las variables y se modificó la variable en estudio. Con las familias de curvas es posible establecer la forma de correlación entre la variable de estudio y la resistencia fuera del plano.

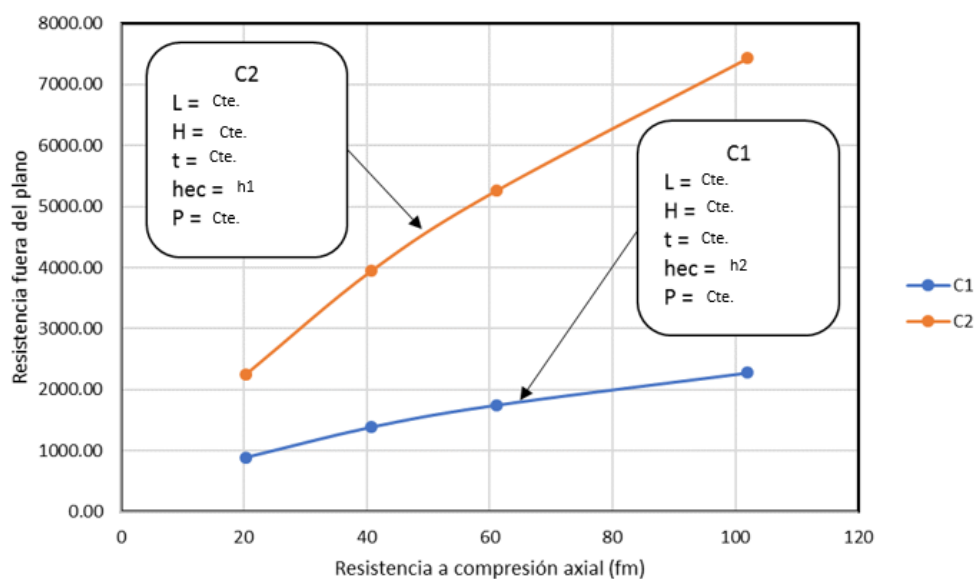


Figura 3.8 Ejemplo de familia de curvas estudiando  $f_m$  y el parámetro  $hec$

### 3.2.1 Rigidez en el plano de los elementos confinantes

La rigidez del marco de elementos confinantes depende de: el espesor, la longitud y altura del muro, las dimensiones de la sección transversal y el módulo de elasticidad de los elementos confinantes. Para fines prácticos se propone el uso de dos rigideces equivalentes: una horizontal ( $K_H$ ) y una vertical ( $K_V$ ).

Por ejemplo, la rigidez equivalente vertical  $K_v$  es función de la rigidez de la dala ( $K_D$ ) y un factor ( $\varphi_1$ ) que considera el acoplamiento debido a los nodos rígidos del marco de elementos confinantes (Ecuación 3.1).

$$K_V = \varphi_1 K_D \quad 3.1$$

La rigidez  $K_D$  se determinó utilizando un elemento tipo barra con empotramientos en ambos extremos y una carga puntual al centro de la longitud (Figura 3.9). En dicha rigidez se consideran los efectos de flexión y de torsión.

Para determinar la rigidez de la dala superior se asume que las fuerzas en el plano de los puntales de compresión ( $F_p$ ) se transfieren excéntricamente a los elementos confinantes (Figura 3.10). Por lo tanto, se consideraron los desplazamientos en el plano asociados con flexión ( $\Delta f$ ) y los asociados con torsión ( $\Delta t$ ). Los pasos para determinar la rigidez equivalente se describen a continuación:

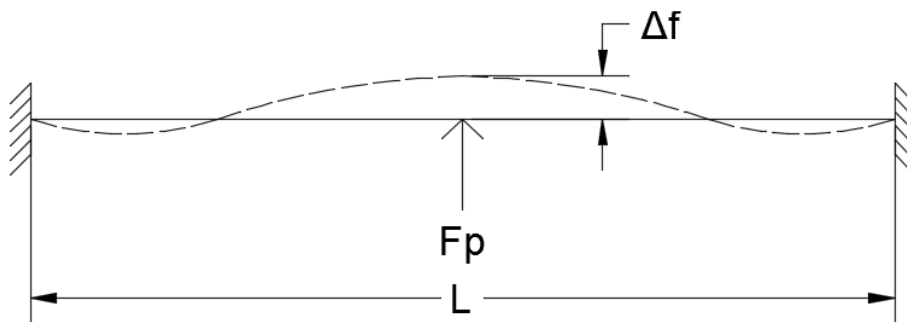


Figura 3.9 Dala empotrada en sus extremos

- 1) La rigidez de la dala se puede obtener como la relación entre una fuerza dada y su correspondiente desplazamiento global ( $\Delta G$ ) (Ecuación 3.2). Los

desplazamientos  $\Delta G$  se obtienen como la suma de los desplazamientos asociados con flexión ( $\Delta f$ ) y los asociados con torsión ( $\Delta t$ ) (Ecuación 3.3).

$$K_D = \frac{Fp}{\Delta G} \quad 3.2$$

$$\Delta G = \Delta f + \Delta t \quad 3.3$$

- 2) El desplazamiento  $\Delta f$  se calcula considerando que la fuerza  $Fp$  se transfiere concéntricamente a la dala superior (Figura 3.10). El desplazamiento al centro del claro de una viga sujeta a una carga puntual (Figura 3.9) se puede calcular como la fuerza aplicada entre su rigidez a flexión ( $K_f$ ) (Ecuación 3.4)

$$\Delta f = \frac{Fp}{K_f} \quad 3.4$$

Dicha rigidez está dada por (Ecuación 3.5)

$$K_f = \frac{192 E_C I_D}{L^3} \quad 3.5$$

Por tanto,  $\Delta f$  se puede calcular como

$$\Delta f = \frac{L^3 Fp}{192 E_C I_D} \quad 3.6$$

Donde  $I_D$  es la inercia de la sección transversal de la dala y  $L$  es la longitud de la dala.

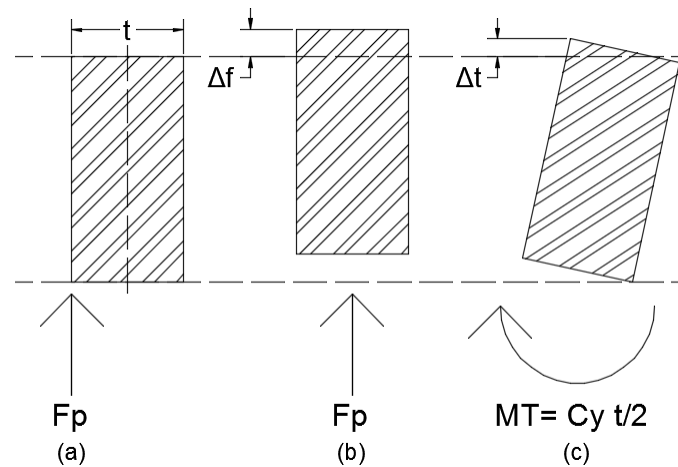


Figura 3.10. Sistema equivalente de fuerzas aplicadas en la dala

El desplazamiento  $\Delta t$  se calcula considerando que la fuerza  $F_p$  se transfiere excéntricamente a la dala superior (Figura 3.10). El desplazamiento  $\Delta t$  se puede calcular en función de la rotación ( $\theta_T$ ) generada por la fuerza excéntrica  $F_p$  (Figura 3.11).  $\theta_T$  se puede calcular como la relación entre el momento generado por la excentricidad de  $F_p$  ( $M_T$ ) y la rigidez torsional ( $K_t$ ) (Ecuación 3.7).

$$\theta_T = \frac{M_T}{K_t} \quad 3.7$$

El momento torsionante ( $MT$ ) se obtiene asumiendo que la fuerza  $F_p$  tiene una excentricidad igual a un medio del espesor de la dala (Figura 3.10).

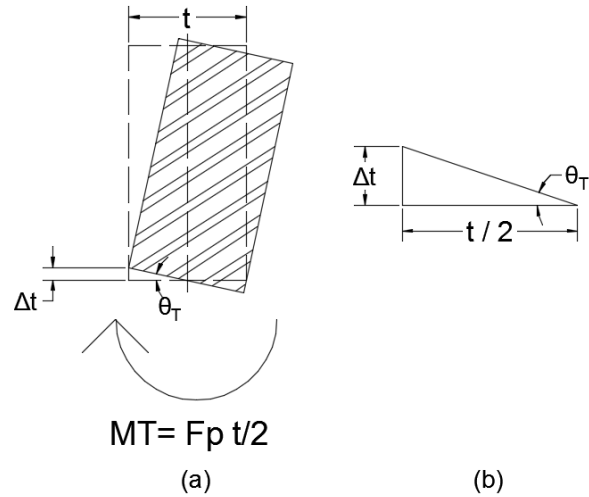


Figura 3.11. Rotación debida a MT

La rigidez torsional de una viga empotrada en ambos extremos está dada por la Ecuación 3.8.

$$K_t = \frac{G_C J_D}{L} \quad 3.8$$

Donde  $G_C$  es el módulo de cortante del concreto y  $J_D$  es la constante de torsión de la sección transversal de la dala. Por tanto:

$$\theta_T = \frac{Fp t L}{2 G_C J_D} \quad 3.9$$

El desplazamiento  $\Delta t$  se puede calcular como

$$\Delta t = \frac{Fp t^2 L}{4 G_C J_D} \quad 3.10$$

3) El desplazamiento global ( $\Delta G$ ) se obtiene sustituyendo  $\Delta f$  y  $\Delta t$  en la Ecuación

3.3

$$\Delta G = \frac{L^3 Fp}{192 E_C I_D} + \frac{Fp t^2 L}{4 G_C J_D} \quad 3.11$$

Por tanto, la rigidez equivalente de la dala se puede calcular sustituyendo  $\Delta G$  en la Ecuación 3.2

$$KD = \frac{Fp}{\frac{L^3 Fp}{192 E_C I_D} + \frac{Fp t^2 L}{4 G_C J_D}} \quad 3.12$$

Factorizando  $Fp$  y reacomodando los términos de  $KD$  se obtiene:

$$KD = \frac{192 E_C I_D G J_D}{G_C J_D L^3 + 48 E_C I_D t^2 L} \quad 3.13$$

El factor  $\varphi_1$  se obtiene considerando la rigidez relativa a flexión entre los elementos verticales y horizontales.

$$\varphi_1 = \frac{\frac{E_C I_C}{H}}{\frac{E_C I_D}{L} + \frac{E_C I_C}{H}} \quad 3.14$$

Asumiendo que el módulo de elasticidad de la dala y los castillos son iguales:

$$\varphi_1 = \frac{I_C L}{I_D H + I_C L} \quad 3.15$$

4) Por tanto, la rigidez equivalente  $K_v$  estará dada por:

$$K_v = \left( \frac{192 E_C I_D G_C J_D}{G_C J_D L^3 + 48 E_C I_D t^2 L} \right) \left( \frac{I_C L}{I_D H + I_C L} \right) \quad 3.16$$

Por su parte, la rigidez equivalente  $K_H$  se obtuvo de forma similar. Dicha rigidez es función de la rigidez del castillo ( $K_C$ ) y un factor ( $\varphi_2$ ) Por tanto,  $K_H$  está dada por:

$$K_H = \left( \frac{192 E_C I_C G_C J_C}{G_C J_C H^3 + 48 E_C I_C t^2 H} \right) \left( \frac{I_D H}{I_D H + I_C L} \right) \quad 3.17$$

Donde  $J_C$  es la constante de torsión de la sección transversal de los castillos e  $I_C$  es la inercia de la sección transversal de los castillos.

### 3.3 Desarrollar ecuaciones de diseño fuera del plano para MMC

Con base en la formación de un mecanismo de arco en dos direcciones, se considera que la resistencia fuera del plano de los MMC estará dada por la aportación de los puntales verticales y los horizontales. Por otro lado, como se ha observado experimentalmente, el esfuerzo axial incrementa la resistencia fuera del plano (Varela-Rivera et al. 2012b, Moreno-Herrera et al. 2016). Por lo tanto, se propone la ecuación 3.18 para calcular la resistencia fuera del plano. En dicha ecuación se considera la suma de las tres aportaciones mencionadas anteriormente.

$$W = W_V + W_H + W_\sigma \quad 3.18$$

Con base en el trabajo de Rodríguez (2018), se propone calcular las aportaciones de los puntales de compresión como se presenta en las Ecuaciones 3.19, 3.20 y 3.21.

$$W_V = \beta_1 f_m^{\alpha_1} t^{\alpha_2} K_V^{\alpha_3} \quad 3.19$$



$$W_H = \beta_2 f_m^{\alpha_1} t^{\alpha_2} K_H^{\alpha_3} \quad 3.20$$

$$W_\sigma = \beta_3 f_m^{\alpha_1} t^{\alpha_2} K_V^{\alpha_3} \sigma^{\alpha_4} \quad 3.21$$

Para el caso de las fuerzas en el plano se propone determinarlas como la suma de dos términos: la aportación del panel y la aportación del esfuerzo axial. Se considera que la aportación del panel es directamente proporcional a la resistencia fuera del plano. Por otro lado, se considera que la aportación del esfuerzo axial es directamente proporcional al mismo. Esto se plantea en la ecuación 3.22.

$$FP = k_1 W + k_2 \sigma^{\alpha_4} \quad 3.22$$

Los exponentes  $a_1, a_2, a_3$  y  $a_4$  se determinaron empleando dos métodos de ajuste, que se describen a continuación.

- 1) En este método se utilizó una correlación simple entre las variables y la resistencia fuera del plano. En un principio se consideró el efecto de una sola variable, la resistencia a compresión axial de la mampostería, y se ajustó una ecuación utilizando el método de mínimos de cuadrados:

$$W_{\sigma=0} = \beta_1 f m^{a_1} \quad 3.23$$

Posteriormente se normalizó la resistencia analítica de los muros con la Ecuación 3.23 y se ajustó la Ecuación 3.24

$$\frac{Wpb}{\beta_1 f m^{a_1}} = \beta_2 t^{a_2} \quad 3.24$$

Se repitió el proceso para poder ajustar la ecuación 3.25, considerando la aportación de los puntales de compresión verticales.

$$\frac{Wpb}{\beta_1\beta_2fm^{a_1}t^{a_2}} = \lambda_1K_V^{a_3} \quad 3.25$$

Para considerar los puntales de compresión horizontales se realizaron los mismos pasos para poder ajustar la Ecuación 3.26.

$$\frac{Wpb}{\beta_1\beta_2fm^{a_1}t^{a_2}} = \lambda_2K_H^{a_4} \quad 3.26$$

- 2) En el segundo método los exponentes de  $fm^{a_1}$  y  $t^{a_2}$  se aproximaron mediante una correlación múltiple, esto permitió que se consideren los efectos conjuntos de ambas variables. Empleando el método de mínimos cuadrados nuevamente se ajusta la Ecuación 3.27.

$$Wec_{\sigma=0} = \beta_1fm^{a_1}t^{a_2} \quad 3.27$$

En la Ecuación 3.27 el coeficiente  $\beta_1$  incluye la influencia de ambas variables. Posteriormente se ajustan los efectos de los puntales verticales y horizontales de la misma manera que con las Ecuaciones 3.25 y 3.26 respectivamente.

### **3.4 Validar las ecuaciones de diseño fuera del plano con resultados experimentales**

Se compararon las resistencias experimentales de 24 MMC tomados de la literatura, con las correspondientes analíticas obtenidas con el MPB y con las ecuaciones propuestas en este trabajo. Adicionalmente se obtuvieron las resistencias analíticas

con los métodos de líneas de fluencia ( $W_{lf}$ ), líneas de fluencia modificado ( $W_{lfm}$ ) (Dawe and Seah 1989) y puntal de compresión ( $W_{pc}$ ) (Abrams et al. 1996). En la Tabla 3.2 se presentan las propiedades geométricas y mecánicas, las resistencias experimentales fuera del plano de los MMC y sus correspondientes referencias.

Tabla 3.2. Propiedades geométricas y mecánicas de los muros.

Muro	$L$ (mm)	$H$ (mm)	$t$ (mm)	$h_d$ (mm)	$h_c$ (mm)	$\sigma$ (kPa)	$E_c$ (GPa)	$f_{tpe}$ (kPa)	$f_{tpa}$ (kPa)	$fm$ (MPa)	$W_{exp}$ (kPa)	Ref.
1	3770	2760	120	250	250	78.45	16.45	320	126	6.20	8.81	1*
2	3770	2760	120	250	250	81.40	17.54	634	435	6.48	10.49	1*
3	3770	2760	120	250	250	79.43	17.02	777	454	6.17	11.06	1*
4	3770	2760	120	250	250	80.41	17.54	550	160	4.15	7.33	1*
5	2950	2760	120	250	250	87.28	16.84	320	126	6.20	13.44	1*
6	2950	2760	120	250	250	92.18	17.45	634	435	6.48	17.61	1*
7	2950	2760	120	250	250	78.45	17.28	777	454	6.17	18.06	1*
8	2950	2760	120	250	250	85.32	17.24	550	160	4.15	14.24	1*
9	2950	2720	150	250	250	0.00	14.36	440	140	5.68	16.51	2*
10	2950	2720	120	250	250	0.00	16.04	360	110	4.09	14.26	2*
11	3770	2880	150	400	250	0.00	15.08	440	140	5.68	16.24	2*
12	3770	2880	120	400	250	0.00	15.33	360	110	4.09	11.04	2*
13	3700	2700	150	200	200	65.70	16.06	440	140	5.28	14.59	3*
14	3700	2700	150	200	200	196.13	16.64	440	140	5.28	15.96	3*
15	3570	2710	150	170	150	0.00	16.78	440	140	6.22	10.01	4*
16	2490	2710	150	170	150	151.02	16.78	440	140	6.22	18.43	4*
17	2490	2710	150	170	150	0.00	16.78	440	140	6.22	14.78	4*
18	2490	2710	150	170	150	0.00	16.78	440	140	6.22	15.79	4*
19	3570	2710	150	150	150	0.00	18.08	440	140	4.06	7.53	5*
20	2750	2710	150	150	150	0.00	17.71	440	140	4.06	11.25	5*
21	1930	2710	150	150	150	0.00	17.88	440	140	5.96	19.72	6*
22	1930	2710	150	150	150	351.94	17.88	440	140	5.96	24.23	6*
23	1330	2710	150	150	150	0.00	17.88	440	140	5.96	31.64	6*
24	1330	2710	150	150	150	348.11	17.88	440	140	5.96	38.22	6*

- 1\* Moreno-Herrera et al. (2016)
- 2\* Varela-Rivera et. al (2012a)
- 3\* Varela-Rivera et. Al (2012b)
- 4\* Varela-Rivera et. Al (2015)
- 5\* G. Cantón (2016)
- 6\* Cacep (2019)

## 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se presentan y discuten: (1) los resultados del análisis de sensibilidad de la resistencia fuera del plano y fuerzas en el plano; (2) las ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano, (3) las ecuaciones para determinar las fuerzas en el plano, (4) la validación de las ecuaciones de diseño propuestas y (5) un resumen de las ecuaciones de diseño.

### 4.1 Análisis de sensibilidad de la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano

En esta sección se presentan los resultados del análisis de sensibilidad. Dicho análisis de sensibilidad se realizó con los resultados analíticos de 6912 muros. Estos muros fueron modelados empleando el método del puntal bidireccional. Las variables consideradas fueron: la resistencia a compresión axial de la mampostería ( $f_m$ ), el espesor del muro ( $t$ ), la relación de aspecto ( $H/L$ ) de los muros, la rigidez en el plano de los elementos confinantes ( $K_V, K_H$ ) y el esfuerzo axial de compresión en el muro ( $\sigma$ ).

#### 4.1.1 Efecto de la resistencia a compresión axial de la mampostería

En la Figura 4.1 se presentan curvas de resistencia fuera del plano – resistencia a compresión axial de la mampostería para diferentes familias de muros. En este trabajo, una familia de muros se refiere a un conjunto de muros con propiedades geométricas y mecánicas iguales, donde únicamente se modifican los valores de la variable de estudio. Por ejemplo, en la Figura 4.1 para cada curva, se mantuvo constante la geometría del muro, la sección transversal de los elementos confinantes,

las propiedades mecánicas del concreto y se varió la resistencia a compresión axial de la mampostería. En dicha figura todos los muros tuvieron esfuerzo axial nulo. Las curvas en color azul, rojo y verde representan a los muros con la menor rigidez, una rigidez media y la mayor rigidez, respectivamente.

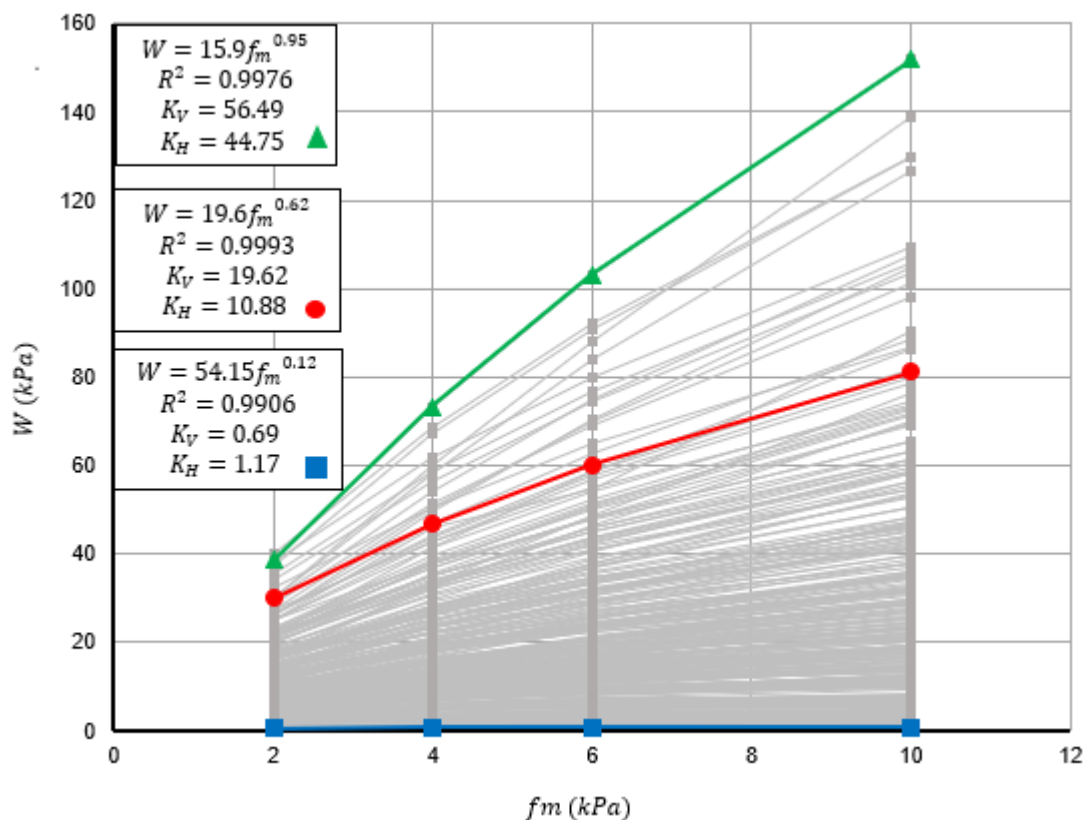


Figura 4.1. Curvas resistencia fuera del plano – resistencia a compresión axial de la mampostería.

En la Figura 4.1, se observa que conforme la resistencia a compresión axial de la mampostería aumenta, la resistencia fuera del plano del muro aumenta. Dicho comportamiento, es consistente con lo reportado en la literatura por Moreno-Herrera et al. (2016). La resistencia fuera del plano de los muros se puede aproximar como una función potencial de  $f_m$ . Los valores de los exponentes incrementan conforme la

rigidez de los elementos confinantes incrementa. Lo anterior indica que el efecto de  $f_m$  es más significativo para muros con mayor rigidez. Esto es debido a que para muros con rigideces grandes la falla de los muros estará asociada al aplastamiento de la mampostería. Por otro lado, para muros con rigideces pequeñas la falla estará asociada a la inestabilidad de los segmentos.

#### 4.1.2 Efecto del espesor del muro

En la Figura 4.2 se presentan curvas de resistencia fuera del plano – espesor del muro. En dicha figura, cada curva corresponde a un conjunto de muros con propiedades geométricas y mecánicas iguales, variando el espesor del muro. Todos los muros tuvieron esfuerzo axial nulo. Las curvas en color azul, rojo y verde representan a los muros con la menor rigidez, una rigidez media y la mayor rigidez, respectivamente.

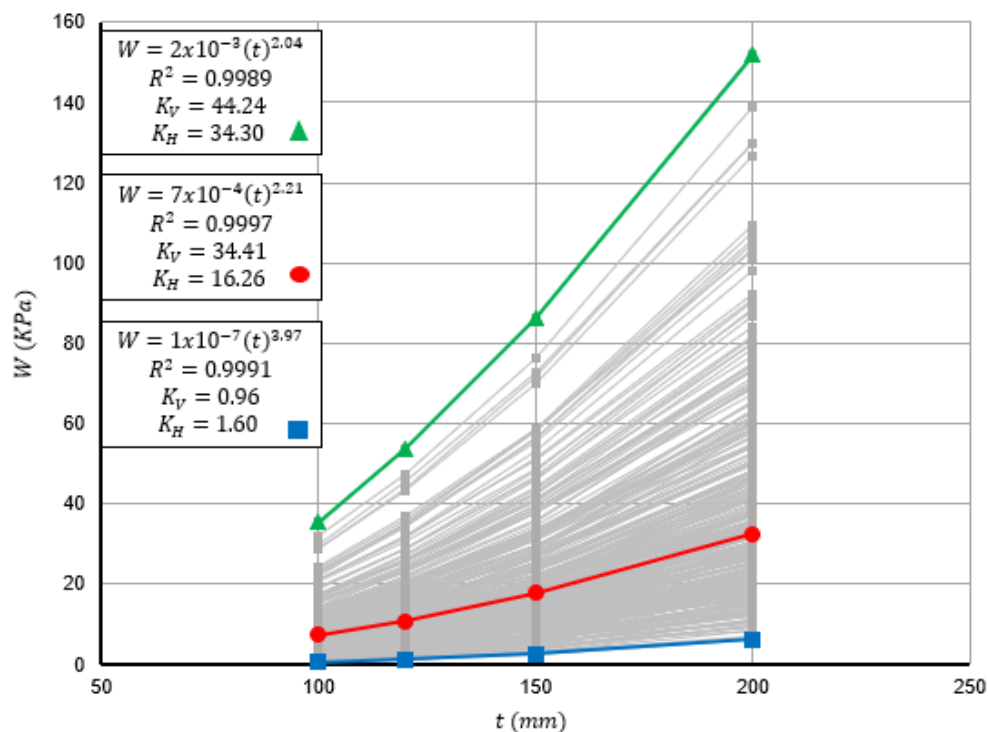


Figura 4.2. Curvas resistencia fuera del plano – espesor del muro.



En la Figura 4.2, se observa que conforme el espesor del muro aumenta, la resistencia fuera del plano del muro aumenta. Dicho comportamiento es consistente con el reportado en la literatura por Varela-Rivera et al. (2012a). Similar que para el caso de la resistencia compresión axial de la mampostería, el efecto del espesor del muro se puede ajustar mediante una función potencial que depende de la rigidez en el plano del marco de elementos confinantes. Sin embargo, es importante señalar que la rigidez en el plano es función del espesor del muro. Para fines prácticos, se consideró que dicho espesor no influye significativamente en la rigidez en el plano. Se observa que, al aumentar la rigidez en el plano de los elementos confinantes, el valor del exponente decrece. Lo anterior es debido a que en muros con espesores pequeños es más probable observar una falla asociada con la inestabilidad de los segmentos del muro. Para muros con rigideces grandes la falla estará asociada con el aplastamiento de la mampostería, por lo tanto, el efecto del espesor del muro es menor.

#### **4.1.3 Efecto de la relación de aspecto**

En la Figura 4.3 se presentan las curvas resistencia fuera del plano – relación de aspecto de los muros. Con el fin de analizar el efecto de la relación de aspecto en la resistencia fuera del plano la altura de los muros se mantuvo constante y la longitud se varió en cada curva. Para cada curva se mantuvieron constantes la resistencia a compresión axial de la mampostería, el espesor del muro, la sección transversal de los elementos confinantes y la altura de los muros. En todos los casos el esfuerzo de compresión axial en el muro fue nulo. Las curvas en color azul, rojo y verde representan las tendencias de la resistencia fuera del plano en función de la relación de aspecto observadas para los muros considerados.

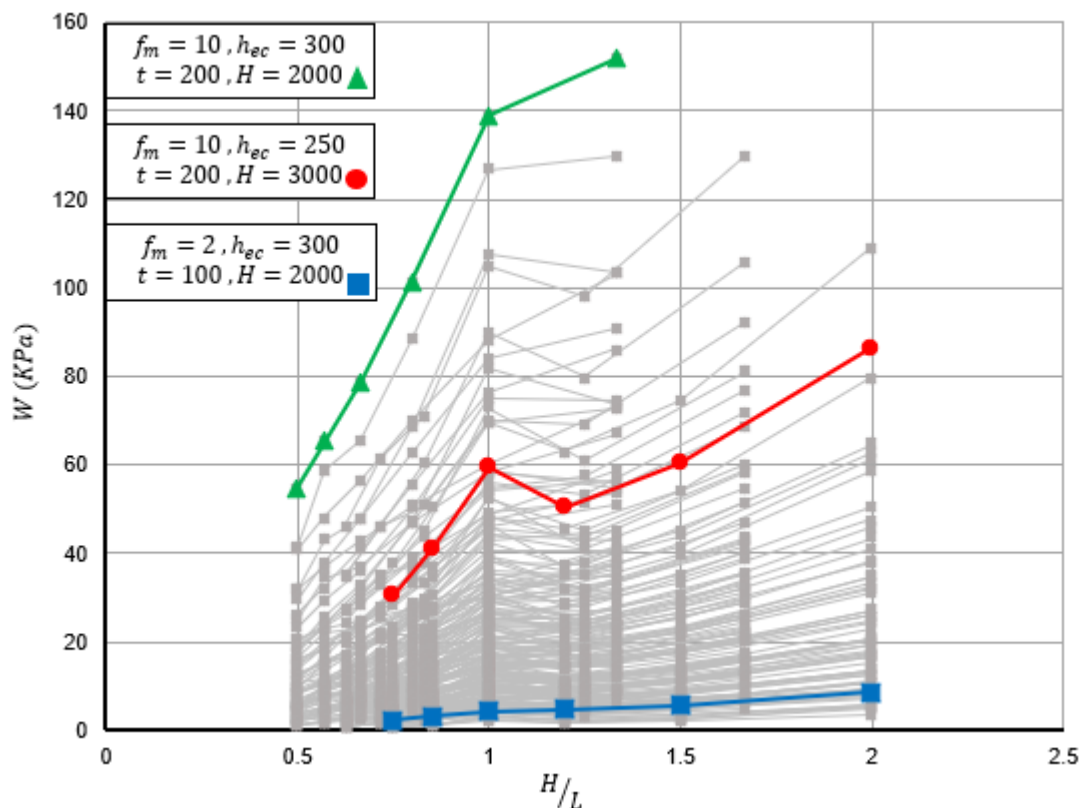


Figura 4.3. Curvas resistencia fuera del plano - relación de aspecto.

En la Figura 4.3 se observa que, en general, al aumentar la relación de aspecto, la resistencia fuera del plano aumenta. Lo anterior coincide con los resultados reportados por Varela-Rivera et al. (2012), Moreno-Herrera et al. (2016) y Cacep (2019). No fue posible ajustar una ecuación para calcular la resistencia fuera del plano en función de la relación de aspecto. Lo anterior debido a que se observaron al menos 3 tendencias diferentes. Dichas tendencias se deben a que la resistencia de los muros está dada por la contribución de puntales verticales y horizontales. La contribución depende tanto de la relación de aspecto como de la rigidez en el plano de los elementos confinantes. La rigidez de los elementos confinantes está acoplada con la relación de aspecto. Por lo que deberá considerarse su efecto junto con la rigidez de los elementos confinantes.

#### 4.1.4 Efecto de la rigidez en el plano de los elementos confinantes

En las Figuras Figura 4.4, Figura 4.5 se presentan las curvas aportación de los puntales verticales a la resistencia fuera del plano – rigidez vertical y horizontal de los elementos confinantes, respectivamente. En las Figuras Figura 4.6 y Figura 4.7 se presentan las curvas aportación de los puntales horizontales a la resistencia fuera del plano – rigidez vertical y horizontal de los elementos confinantes, respectivamente. En todos los casos el esfuerzo de compresión axial en los muros fue nulo.

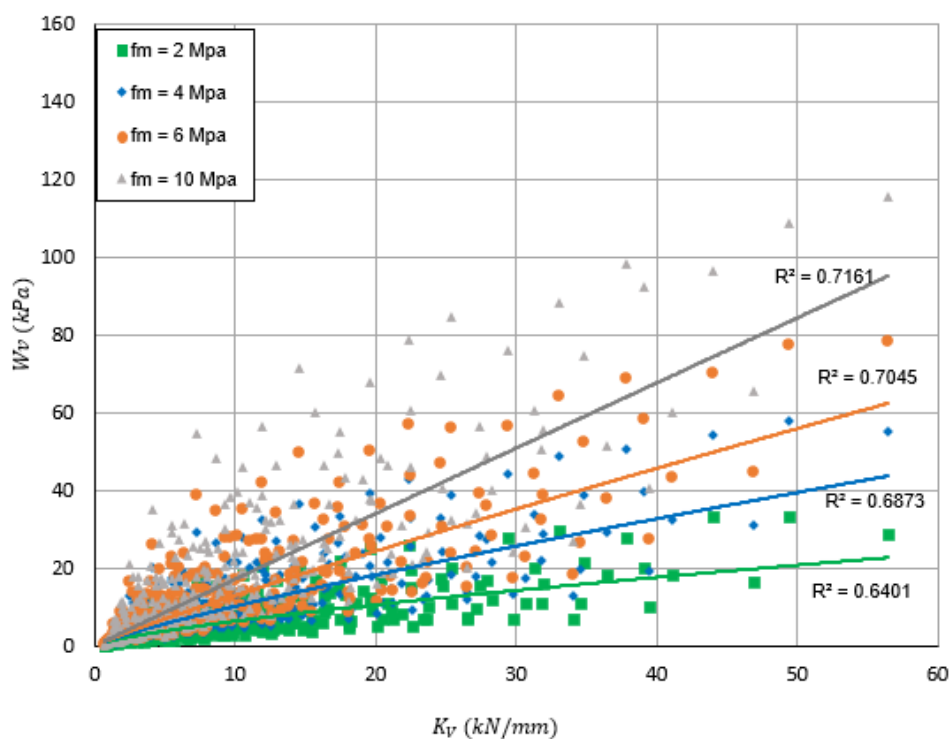


Figura 4.4. Curvas aportación de los puntales verticales - rigidez vertical

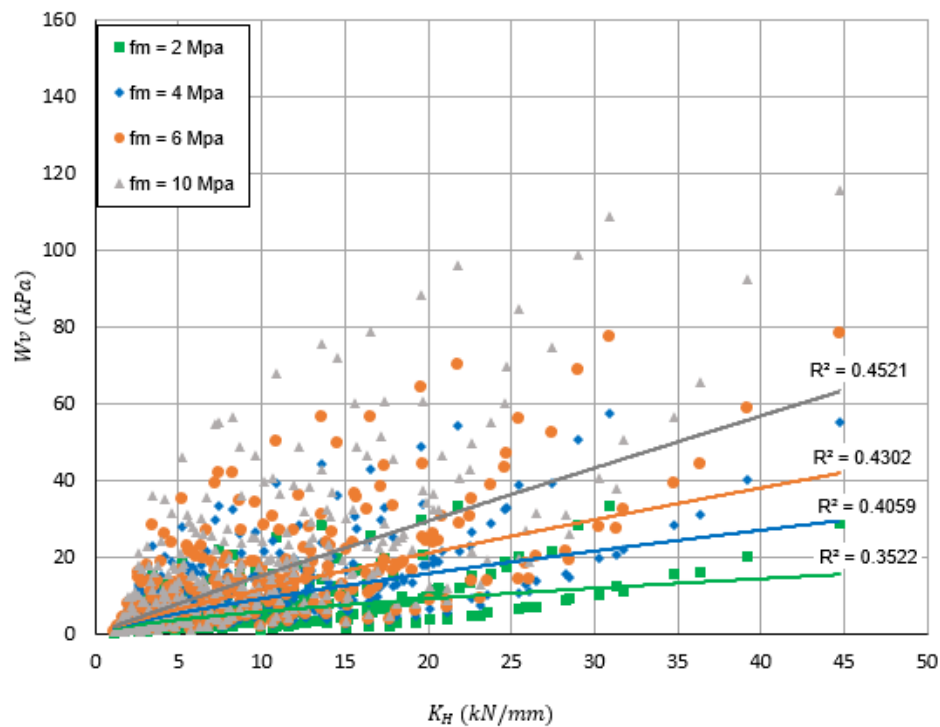


Figura 4.5. Curvas aportación de los puntales verticales - rigidez horizontal

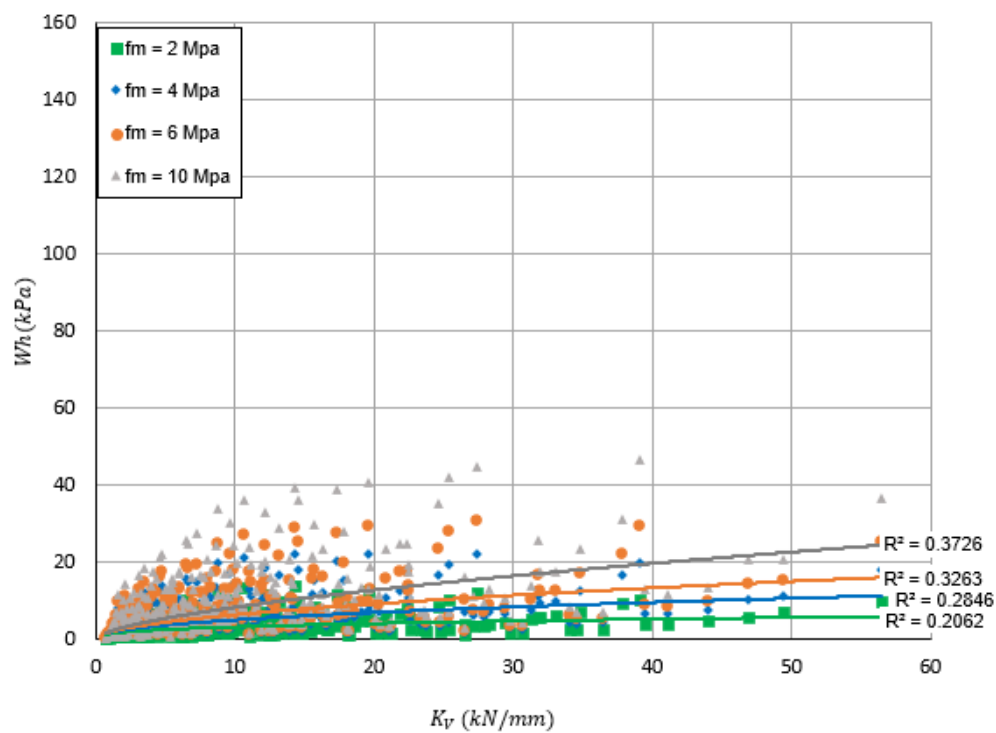


Figura 4.6. Curvas aportación de los puntales horizontales - rigidez vertical

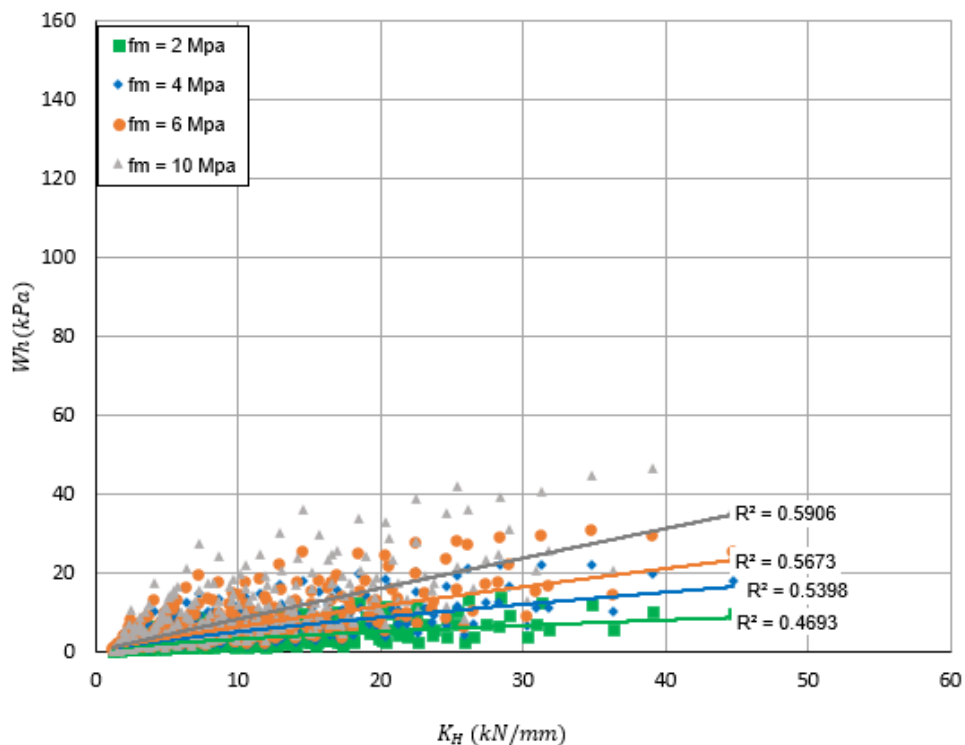


Figura 4.7. Curvas aportación de los puntales horizontales - rigidez horizontal

En dichas figuras se observa que, en general, al aumentar la rigidez en el plano de los elementos confinantes, la resistencia fuera del plano aumenta. Sin embargo, este incremento está limitado por el aplastamiento de la mampostería. Un comportamiento similar fue observado experimentalmente por Varela-Rivera et al. (2012), Moreno-Herrera et al. (2016) y Cacep (2019).

No fue posible ajustar una ecuación para calcular la resistencia fuera del plano en función de las rigideces. Sin embargo, se observa que la contribución de los puntales verticales  $W_V$  tiene una mejor correlación ( $R^2$ ) con la rigidez vertical  $K_V$ . Por otro lado, se observa que, la contribución de los puntales horizontales  $W_H$  tiene una mejor correlación con la rigidez horizontal  $K_H$ .

### 4.1.5 Efecto del esfuerzo axial en los muros

En la Figura 4.8 se presentan el efecto del esfuerzo axial en la resistencia fuera del plano de MMC. La aportación del esfuerzo axial se obtuvo como la diferencia de la resistencia obtenida con el MPB menos la resistencia del correspondiente muro con esfuerzo axial nulo. En dicha figura, cada curva corresponde a un conjunto de muros con propiedades geométricas y mecánicas iguales, variando el esfuerzo axial aplicado al muro. Las curvas en color azul, rojo y verde representan a los muros con la menor rigidez, una rigidez media y la mayor rigidez, respectivamente.

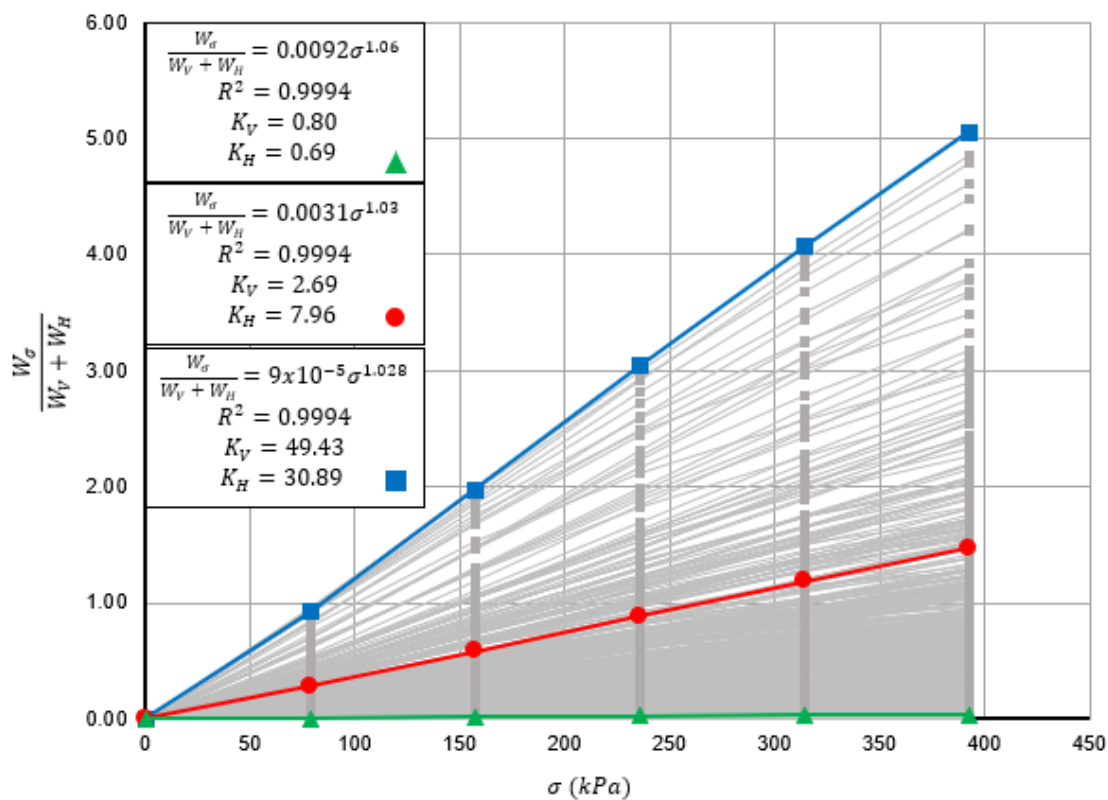


Figura 4.8. Efecto del esfuerzo axial en la resistencia fuera del plano de MMC.

En la Figura 4.8, se observa que para los muros con menores rigideces conforme el esfuerzo axial del muro aumenta, la resistencia fuera del plano del muro aumenta

significativamente. Por su parte, para los muros con las mayores rigideces, no hay un incremento significativo de la resistencia fuera del plano conforme el esfuerzo axial aumenta. Esto se debe a que el incremento de la resistencia fuera del plano está limitado por el aplastamiento de la mampostería. Los esfuerzos axiales restringen los desplazamientos del elemento confinante superior. Para muros con rigideces grandes la restricción no es significativa. Dicho comportamiento es consistente con el reportado en la literatura Varela-Rivera et al. (2012b), Moreno-Herrera et al. (2016) y Cacep (2019). Por tanto, el efecto del esfuerzo axial se puede considerar en función de la rigidez en el plano del marco de elementos confinantes.

#### **4.1.6 Relación entre las fuerzas en el plano y la resistencia fuera del plano**

De los resultados del análisis de sensibilidad se obtuvieron las fuerzas en el plano asociadas a las resistencias fuera del plano a la falla de los muros. En la Figura 4.9 se presenta la relación que existe entre estas dos variables.

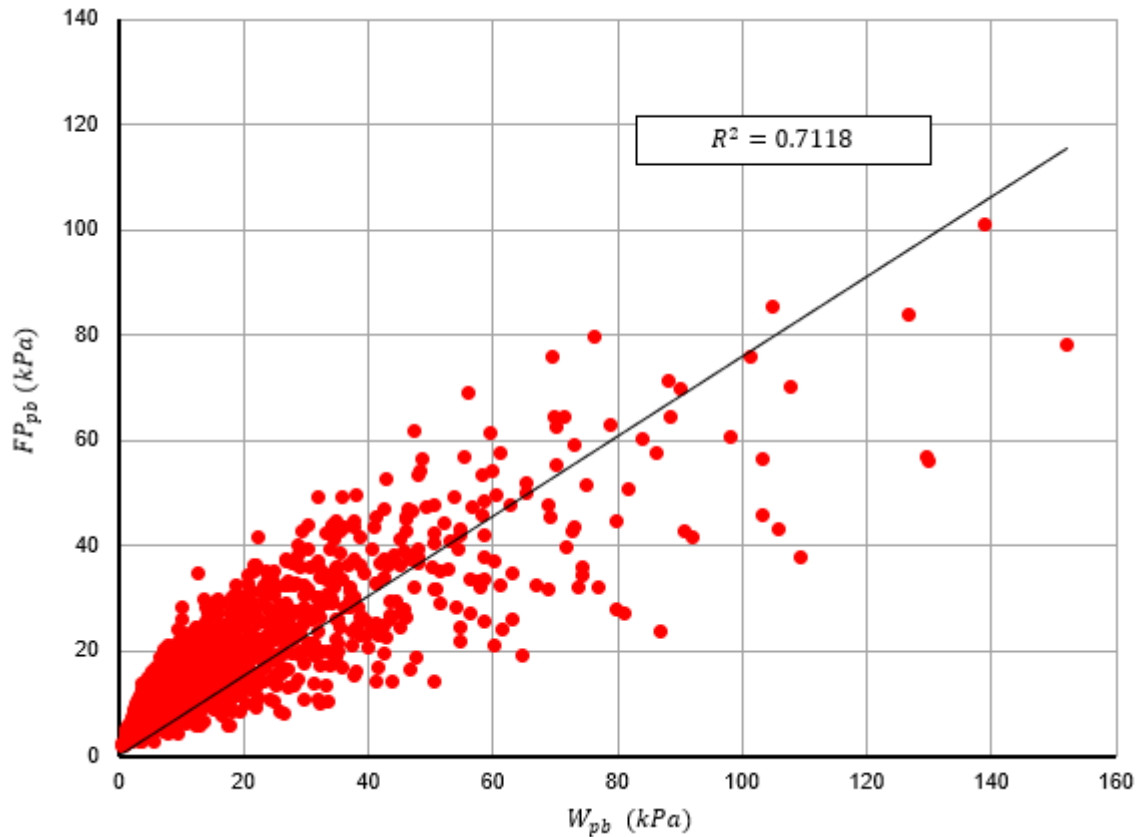


Figura 4.9. Relación entre las fuerzas en el plano y la resistencia fuera del plano.

Se observa que existe una relación aproximadamente lineal entre las variables con un coeficiente de correlación de 0.7118, lo cual indica una correlación aceptable.

Por otro lado, se analizó el efecto que el esfuerzo axial tiene sobre las fuerzas en el plano.



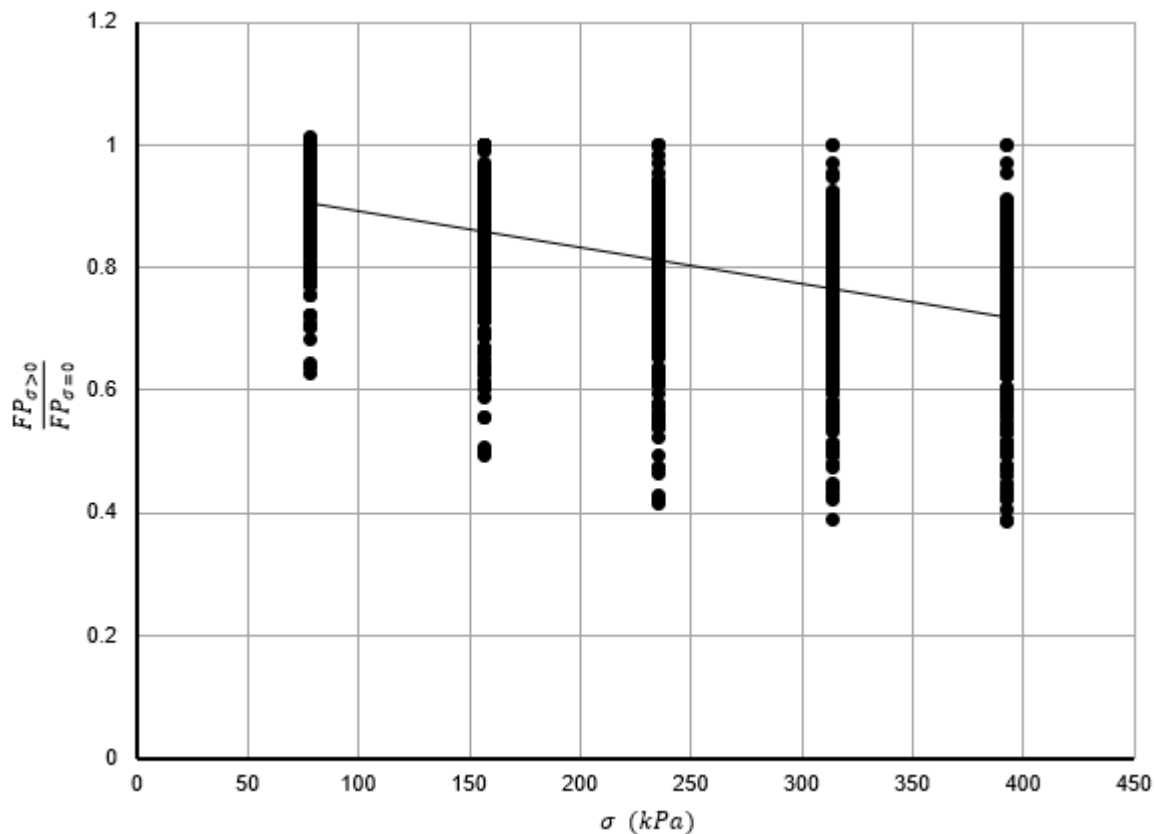


Figura 4.10. Efecto del esfuerzo axial en las fuerzas en el plano.

En la Figura 4.10 se presenta en el eje de las ordenadas la relación que existe entre las fuerzas en el plano asociadas a un muro con esfuerzo axial diferente de cero y un muro con las mismas propiedades mecánicas y geométricas, pero con esfuerzo axial nulo. En el eje de las abscisas se presentan los valores de esfuerzo axial considerados. Se puede observar que el valor  $\frac{FP_{\sigma>0}}{FP_{\sigma=0}}$  es siempre menor o igual que uno. De lo anterior se deduce que la presencia de esfuerzo axial en el muro produce una disminución de la magnitud de las fuerzas en el plano. De igual manera se observa que, de manera general, al aumentar el esfuerzo axial en el muro la disminución de las fuerzas en el plano aumenta. Esto se debe a que, en general, la falla de los muros puede estar limitada por el aplastamiento de la mampostería. Un incremento en los esfuerzos

axiales del muro genera un incremento en los esfuerzos de compresión en la mampostería y la fuerza de compresión en los puntales de compresión requerida para inducir el aplastamiento es menor.

## 4.2 Ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano

Inicialmente, se desarrolló una ecuación para determinar la resistencia fuera del plano con esfuerzo axial nulo. En dicha ecuación se consideran los efectos de la resistencia a compresión axial de la mampostería, el espesor del muro, la longitud y la altura del muro, así como el peralte de los elementos confinantes. Se consideraron por separado las contribuciones de los puntales horizontales y verticales. Posteriormente, se desarrolla la ecuación de la contribución del esfuerzo axial.

La ecuación se dividió en tres rangos de relaciones de aspecto. Esto es debido a que se observó que el comportamiento de los exponentes en las familias de muros dependía de la relación de aspecto.

### 4.2.1 Ecuaciones para determinar la resistencia fuera del plano de muros con esfuerzo axial nulo

Se realizaron aproximaciones multivariantes empleando el método de mínimos cuadrados utilizando la Ecuación 3.27 con el fin de refinar el análisis de los exponentes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ . Esto se realizó para las contribuciones  $W_V$  y  $W_H$  por separado. Por lo tanto, partiendo de las ecuaciones 3.18 y 3.27, la resistencia fuera del plano de un muro con esfuerzo axial nulo se calcularía con la Ecuación 4.1

$$W = \lambda_1 f m^{a_{1V}} t^{a_{2V}} K_v^{\alpha_3} + \lambda_2 f m^{a_{1H}} t^{a_{2H}} K_H^{\alpha_3} \quad 4.1$$

Los valores del exponente  $\alpha_1$  se presentan en las Figuras Figura 4.11, Figura 4.12, Figura 4.13 y Figura 4.14 para las diferentes relaciones de aspecto.

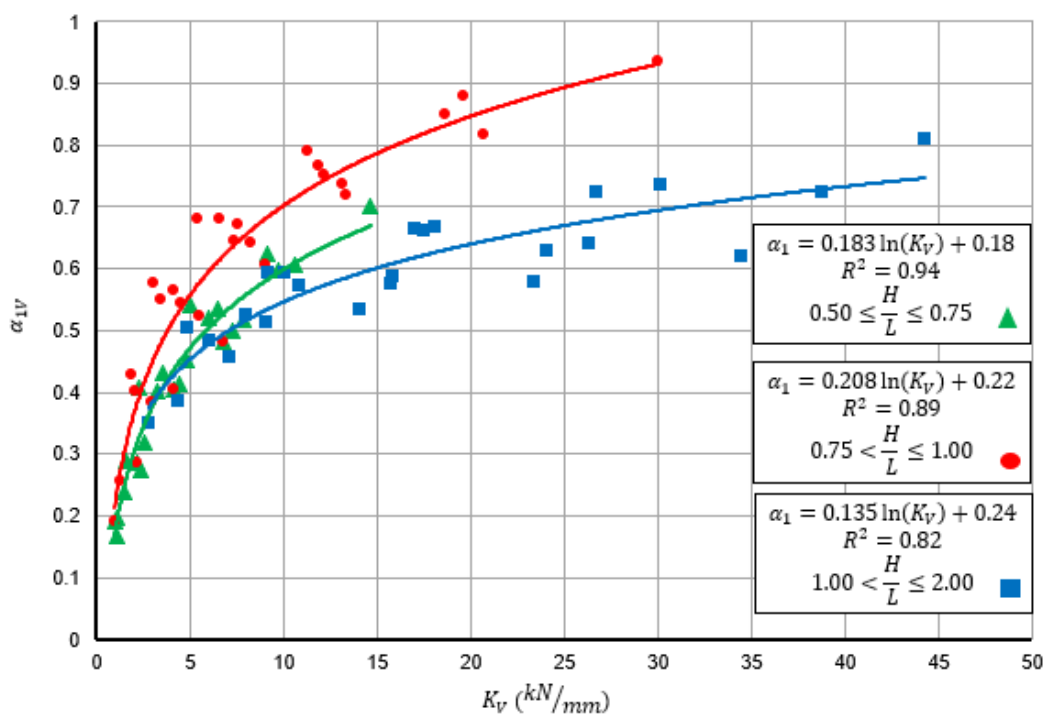


Figura 4.11. Comportamiento de  $\alpha_1$  calculado con  $W_V - K_V$

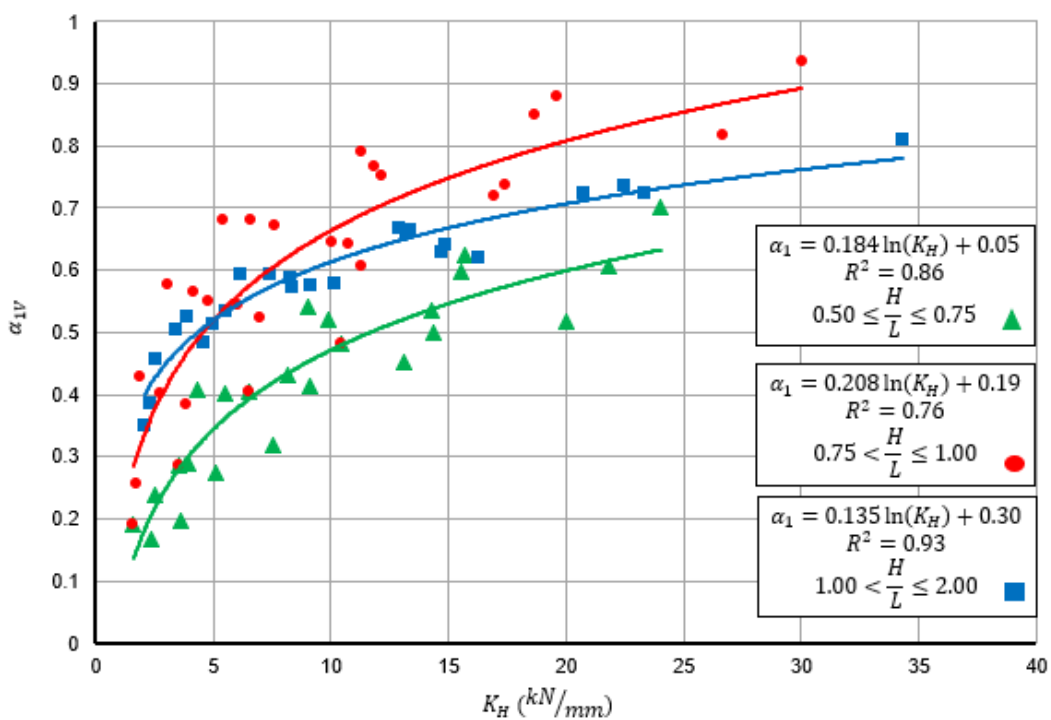


Figura 4.12. Comportamiento de  $\alpha_1$  calculado con  $W_V - K_H$

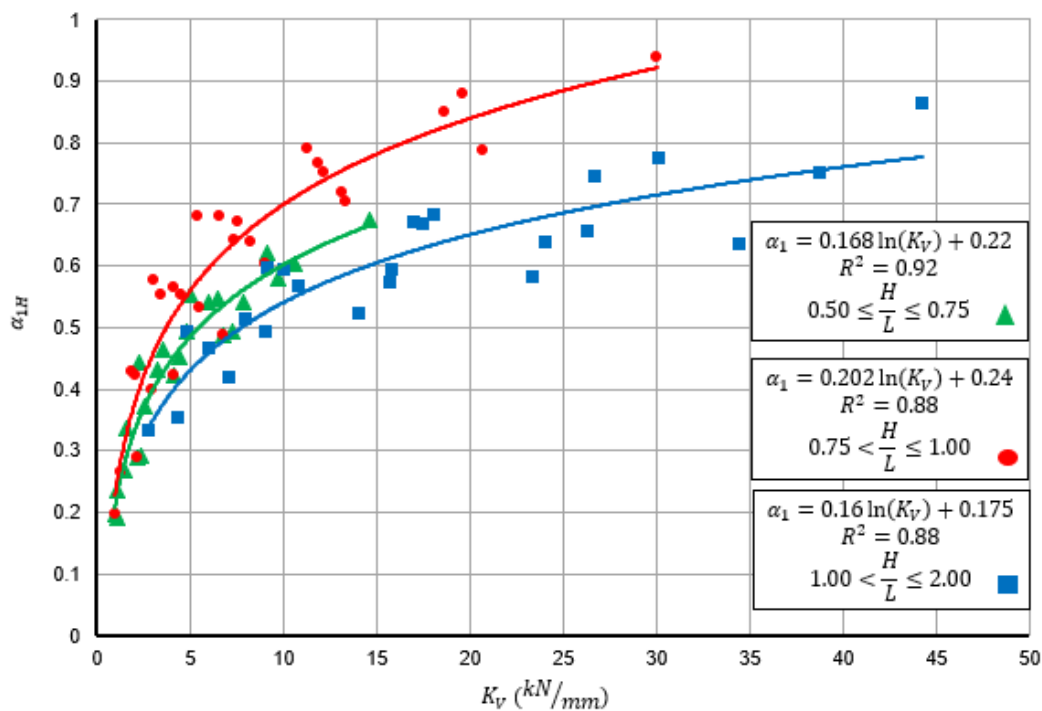


Figura 4.13. Comportamiento de  $\alpha_1$  calculado con  $W_H - K_V$

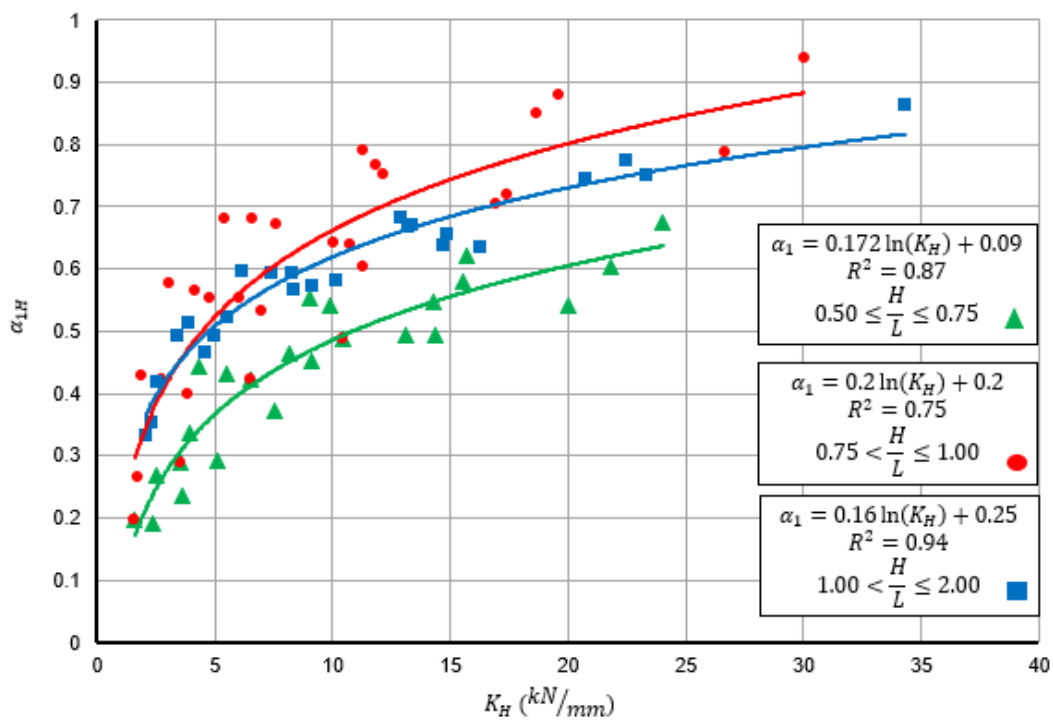


Figura 4.14. Comportamiento de  $\alpha_1$  calculado con  $W_H - K_H$

En dichas figuras se observa que para los intervalos de relación de aspecto entre 0.5 y 0.75 y entre 0.75 y 1.00, el exponente  $\alpha_1$  se correlaciona mejor con la rigidez  $K_V$ , tanto para los exponentes calculados a partir de  $W_V$  como para los calculados a partir de  $W_H$ . Adicionalmente se observa que el valor de  $\alpha_{1V}$  y  $\alpha_{1H}$  son similares. Con el fin de simplificar la Ecuación 4.1 se propone utilizar un valor promedio para  $\alpha_1$  ajustado con todos los valores disponibles (ambas aportaciones). Por otro lado, para el intervalo de la relación de aspecto entre 1.00 y 2.00, el exponente  $\alpha_1$  se correlaciona mejor con la rigidez  $K_H$ . Similarmente, se observa que los valores  $\alpha_{1V}$  y  $\alpha_{1H}$  son muy cercanos por lo que se propone un solo valor. Finalmente se obtiene:

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$  (con  $R^2=0.93$ ):

$$\alpha_1 = 0.176 \ln(K_V) + 0.20 \quad 4.2$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$  (con  $R^2=0.89$ ):

$$\alpha_1 = 0.205 \ln(K_V) + 0.23 \quad 4.3$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$  (con  $R^2=0.94$ ):

$$\alpha_1 = 0.148 \ln(K_H) + 0.28 \quad 4.4$$

De forma similar, en las figuras Figura 4.15, Figura 4.16, Figura 4.17 y Figura 4.18 se presentan los valores del exponente  $\alpha_2$ .

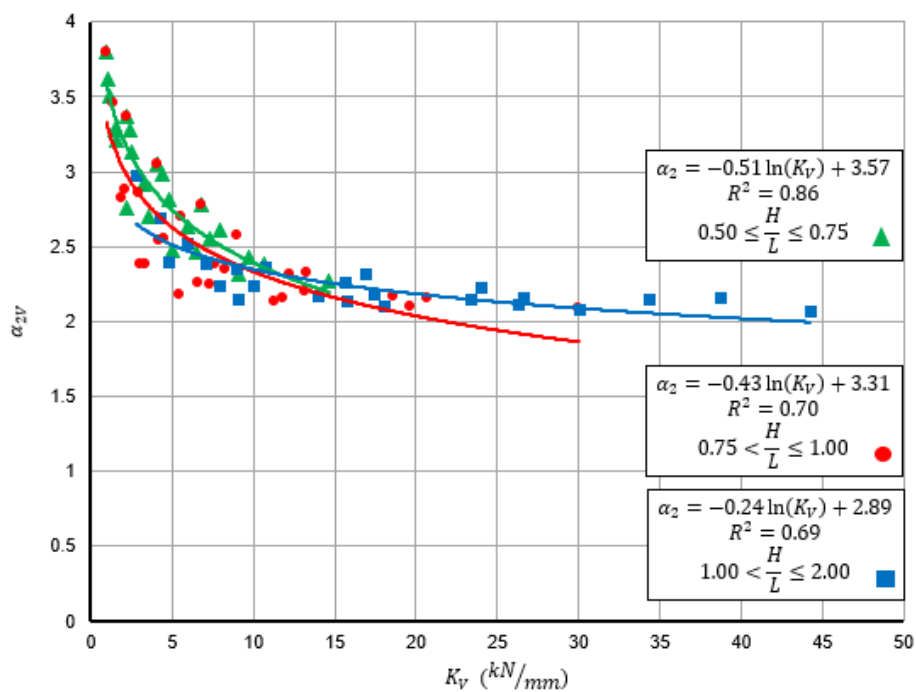


Figura 4.15. Comportamiento de  $\alpha_2$  calculado con  $W_V - K_V$

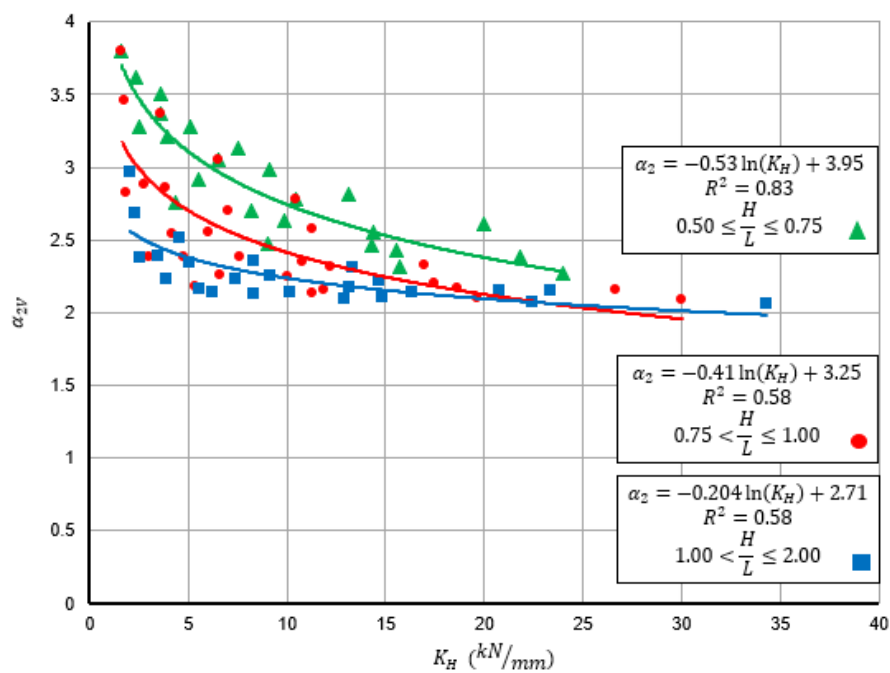


Figura 4.16. Comportamiento de  $\alpha_2$  calculado con  $W_V - K_H$

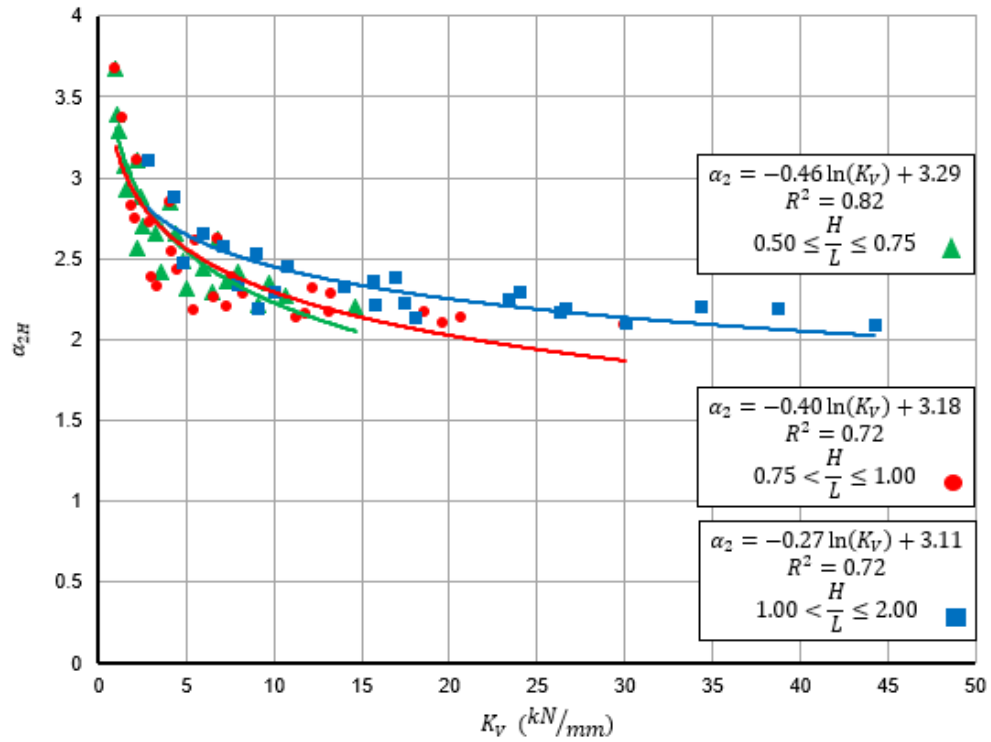


Figura 4.17. Comportamiento de  $\alpha_2$  calculado con  $W_H - K_V$

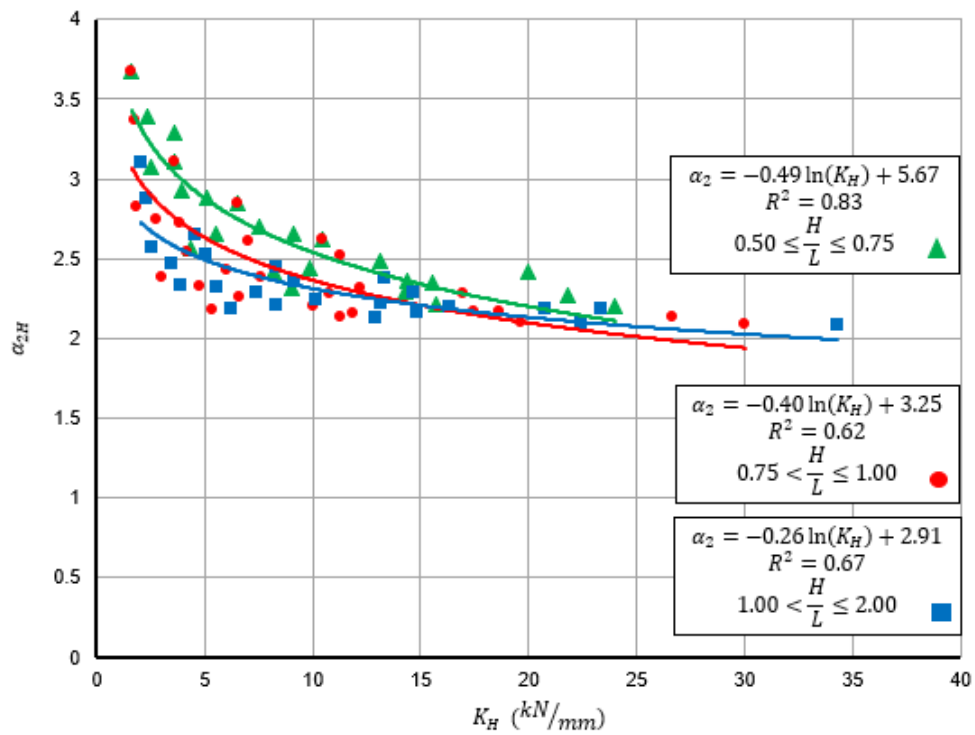


Figura 4.18. Comportamiento de  $\alpha_2$  calculado con  $W_H - K_H$



En este caso se observa que la mejor correlación siempre se obtiene con  $K_V$ . De igual manera se homogenizaron los exponentes de las aportaciones vertical y horizontal con el fin de simplificar la Ecuación 4.1. Con esto se obtiene:

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$  (con  $R^2=0.80$ ):

$$\alpha_2 = -0.49 \ln(K_V) + 3.43 \quad 4.5$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$  (con  $R^2=0.71$ ):

$$\alpha_2 = -0.41 \ln(K_V) + 3.25 \quad 4.6$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$  (con  $R^2=0.70$ ):

$$\alpha_2 = -0.26 \ln(K_V) + 3.00 \quad 4.7$$

Habiendo definido los exponentes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , se calcularon las aportaciones verticales y horizontales normalizadas con respecto a  $fm^{a_1}t^{a_2}$ . En las Figuras Figura 4.19, Figura 4.20 y Figura 4.21 se presentan las aportaciones normalizadas – rigidez de los elementos confinantes. En dichas gráficas se relacionan la contribución del puntal vertical y la del puntal horizontal con las rigideces verticales y horizontales, respectivamente.

$$\lambda_1 K_V^{\alpha_3} = \frac{W_V}{fm^{a_1}t^{a_2}} \quad 4.8$$

$$\lambda_2 K_H^{\alpha_3} = \frac{W_H}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$$

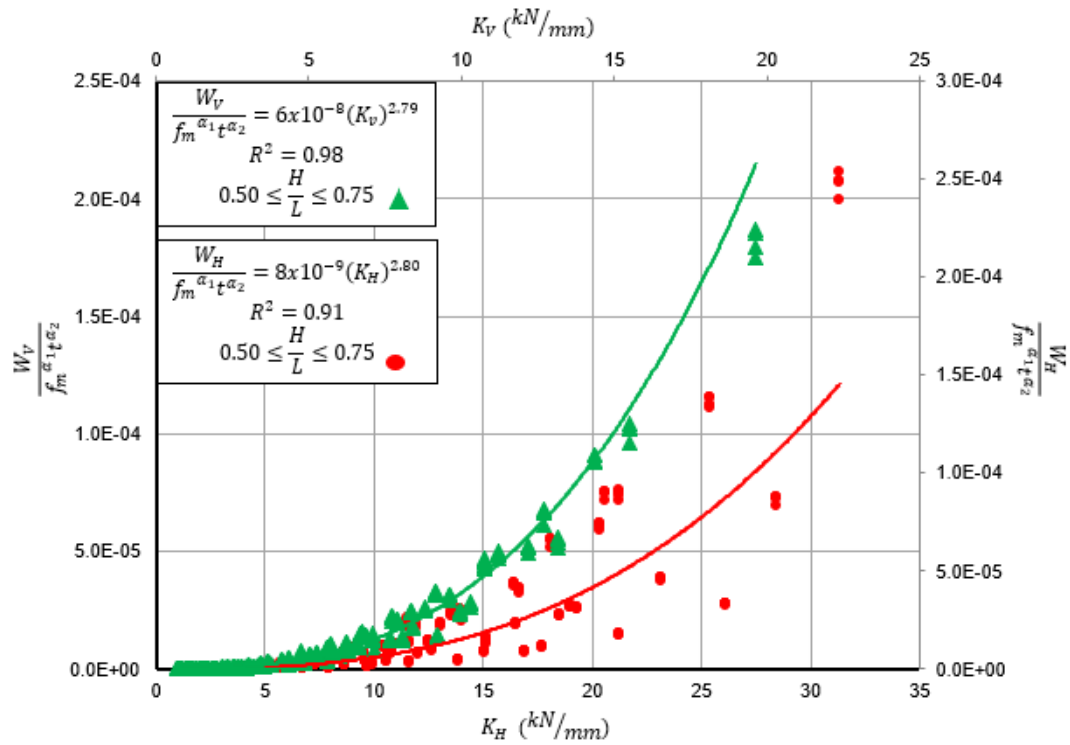


Figura 4.19. Valores de  $\frac{W_V}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$  y  $\frac{W_H}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$  para muros con  $0.50 \leq \frac{h}{L} \leq 0.75$

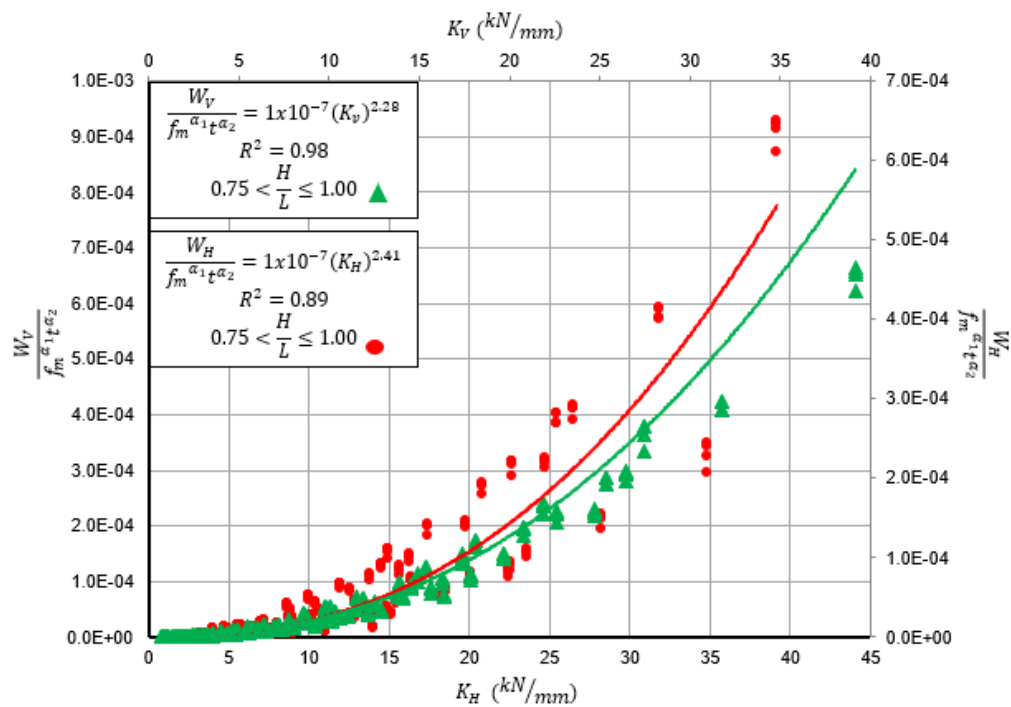


Figura 4.20. Valores de  $\frac{W_V}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$  y  $\frac{W_H}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$  para muros con  $0.75 \leq \frac{h}{L} \leq 1.00$

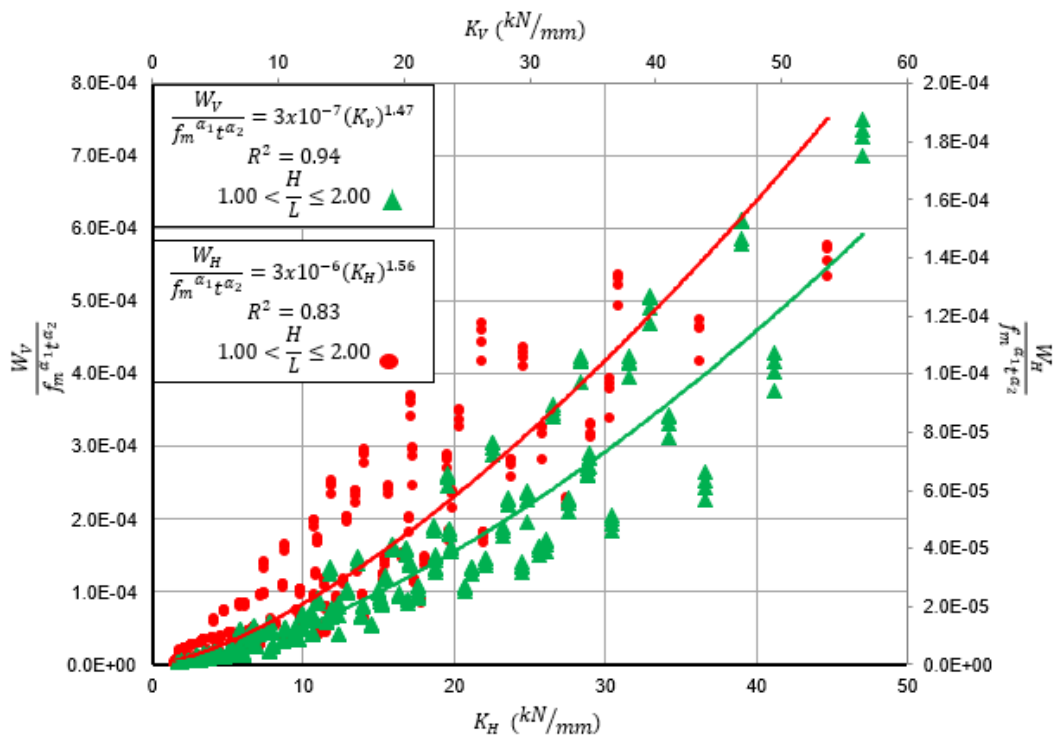


Figura 4.21. Valores de  $\frac{W_V}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$  y  $\frac{W_H}{f_m^{\alpha_1 t^{\alpha_2}}}$  para muros con  $1.00 \leq \frac{h}{L} \leq 2.00$

Se observa que, la aportación horizontal y vertical se ajustan como una función de las rigideces horizontal y vertical, respectivamente. Dicha función es de tipo potencial. Para muros dentro del mismo rango de relaciones de aspecto, los valores del exponente  $\alpha_3$  son similares para ambas aportaciones. Por lo tanto, se homogeniza este valor tomando el promedio de los exponentes.

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ :

$$W = fm^{a_1}t^{a_2}(\lambda_1K_V^{2.8} + \lambda_2K_H^{2.8}) \quad 4.10$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ :

$$W = fm^{a_1}t^{a_2}(\lambda_1K_V^{2.35} + \lambda_2K_H^{2.35}) \quad 4.11$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ :

$$W = fm^{a_1}t^{a_2}(\lambda_1K_V^{1.51} + \lambda_2K_H^{1.51}) \quad 4.12$$

Donde  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son coeficientes que dependen de la relación de aspecto, ya que como se ha mencionado anteriormente la aportación de los puntales de compresión vertical y horizontal depende de la relación de aspecto del muro, debido al acoplamiento entre la rigidez del marco de elementos confinantes y la relación de aspecto. Estos coeficientes son únicos para cada intervalo de la relación de aspecto. Para aproximar dichos coeficientes se propusieron polinomios cuadráticos que se ajustaron utilizando el método de mínimos cuadrados obteniendo las Ecuaciones 4.13, 4.15 y 4.17.

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ :

$$\lambda_1 = \left[ -358 \left( \frac{H}{L} \right)^2 + 329 \left( \frac{H}{L} \right) - 6.23 \right] x 10^{-9} \quad 4.13$$

$$\lambda_2 = \left[ 53.78 \left( \frac{H}{L} \right)^2 - 13.607 \left( \frac{H}{L} \right) - 4.139 \right] x 10^{-9} \quad 4.14$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ :

$$\lambda_1 = \left[ -23.14 \left( \frac{H}{L} \right)^2 + 37.16 \left( \frac{H}{L} \right) - 4.32 \right] x 10^{-8} \quad 4.15$$

$$\lambda_2 = \left[ 538.11 \left( \frac{H}{L} \right)^2 - 352.06 \left( \frac{H}{L} \right) + 7.72 \right] x 10^{-9} \quad 4.16$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ :

$$\lambda_1 = \left[ -1.177 \left( \frac{H}{L} \right)^2 + 1.541 \left( \frac{H}{L} \right) + 3.50 \right] x 10^{-7} \quad 4.17$$

$$\lambda_2 = \left[ -0.148 \left( \frac{H}{L} \right)^2 + 4.41 \left( \frac{H}{L} \right) - 3.73 \right] x 10^{-6} \quad 4.18$$

Con las ecuaciones 4.2 a 4.17 se calculó la resistencia de los muros considerados en el análisis de sensibilidad. En las Figuras Figura 4.22, Figura 4.23 y Figura 4.24 se presentan estos valores graficados contra las resistencias calculadas con el método del puntal bidireccional.

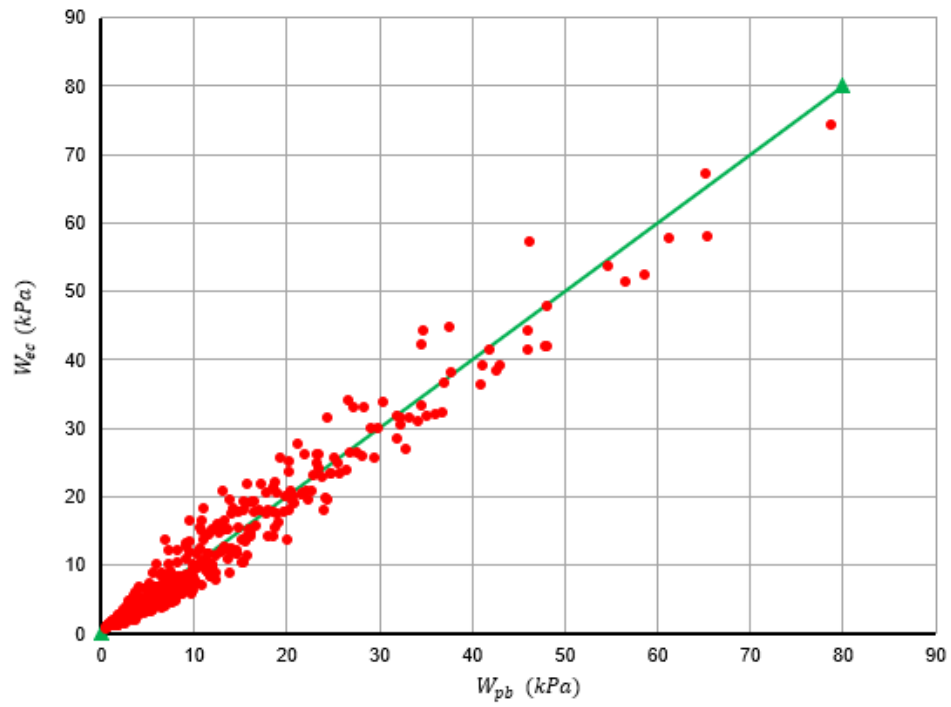


Figura 4.22. Resistencias calculadas con la ecuación vs. MPB ( $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ )

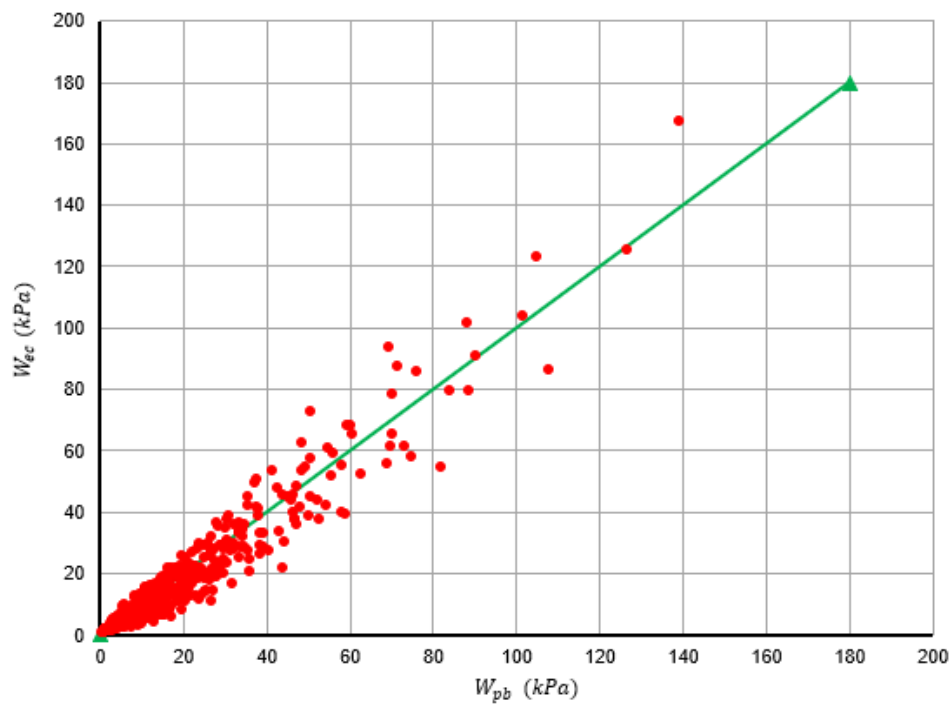


Figura 4.23. Resistencias calculadas con la ecuación vs. MPB ( $0.75 \leq \frac{H}{L} < 1.00$ )

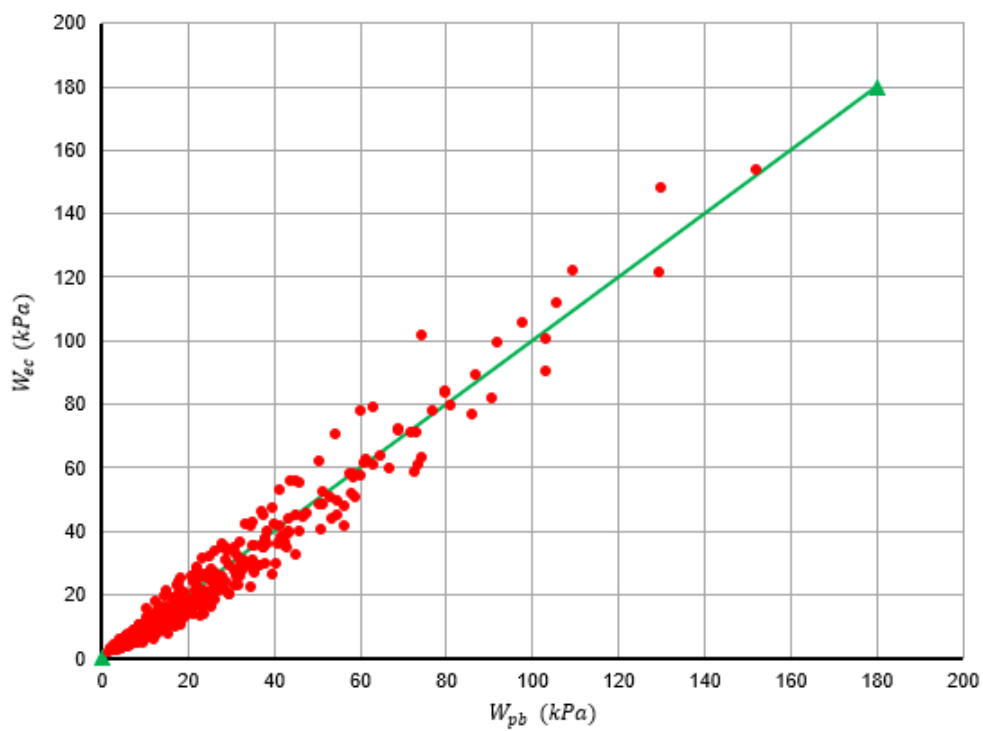


Figura 4.24. Resistencias calculadas con la ecuación vs. MPB ( $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ )

En las figuras anteriores se graficó como referencia una recta a 45 grados, los puntos que están sobre la recta son muros a los cuales se sobreestima la resistencia fuera del plano mientras que los puntos que están por debajo de la recta son muros a los cuales se subestima la resistencia fuera del plano.

Para los muros con relaciones de aspecto entre 0.50 y 0.75 se tiene una relación de resistencias promedio  $\left(\frac{W_{ec}}{W_{pb}}\right)$  de 0.97 con un coeficiente de variación de 25%. Para los muros con relaciones de aspecto entre 0.75 y 1.00 se tiene una relación de resistencias promedio de 0.89 y un coeficiente de variación de 29.6%. Para los muros con relaciones de aspecto entre 1.00 y 2.00 se tiene una relación de resistencias promedio de 0.92 con un coeficiente de variación de 21.8%.

Se propone utilizar un factor de corrección para disminuir el coeficiente de variación que se obtuvo en la relación de resistencias. Se observó que, los muros con relación de aspecto entre 0.50 y 0.75 y con rigidez vertical ( $K_V$ ) menor que  $8 \text{ kN/mm}^2$  eran los que presentaban una mayor dispersión. Para el caso de los muros con relación de aspecto entre 0.75 y 1.00 y los muros con relación de aspecto entre 1.00 y 2.00, los muros con mayor dispersión fueron los que cumplían con  $K_V < 10 \text{ kN/mm}^2$  y  $K_H < 20 \text{ kN/mm}^2$ , respectivamente. Se estimaron las variables más influyentes en la relación de resistencias para los muros mencionados anteriormente.



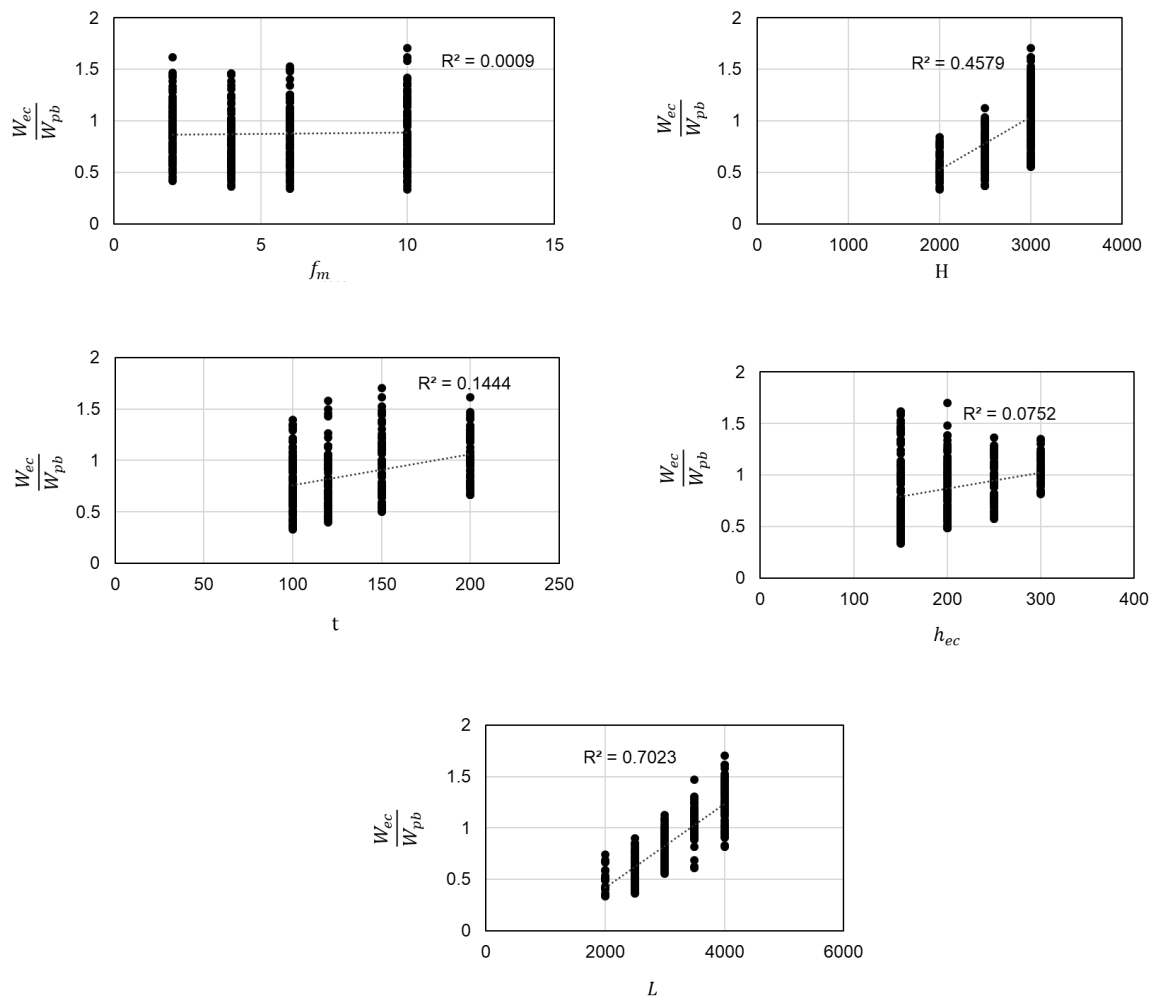


Figura 4.25. Influencia de las variables en la relación de resistencias analíticas.

En la Figura 4.25 se observa que las variables más influyentes en la relación de resistencias fueron la longitud del muro y la altura del muro. Por lo tanto, se propusieron los factores de corrección como se presentan en las Ecuaciones 4.19 a 4.24.

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ :

$$\text{Si } K_V < 8 \text{ kN/mm}^2 \quad \lambda_3 = [5.76(H)(L) - 20810(H) - 8702(L)] \times 10^{-7} + 4.033 \quad 4.19$$

$$\text{Si } K_V > 8 \text{ kN/mm}^2 \quad \lambda_3 = 1 \quad 4.20$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ :

$$\text{Si } K_V < 10 \text{ kN/mm}^2 \quad \lambda_3 = [1.66(H)(L) - 4388(H) - 632.4(L)]x10^{-7} + 0.831 \quad 4.21$$

$$\text{Si } K_V > 10 \text{ kN/mm}^2 \quad \lambda_3 = 1 \quad 4.22$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ :

$$\text{Si } K_H < 20 \text{ kN/mm}^2 \quad \lambda_3 = [3.45(H)(L) - 3672(H) - 7065(L)]x10^{-7} + 1.46 \quad 4.23$$

$$\text{Si } K_H > 20 \text{ kN/mm}^2 \quad \lambda_3 = 1 \quad 4.24$$

Se recalculó la resistencia de los muros con esfuerzo axial nulo incluyendo las ecuaciones 4.19 a 4.24. En las Figuras Figura 4.26, Figura 4.27 y Figura 4.28 se presentan estos valores graficados contra las resistencias calculadas con el método del puntal bidireccional.

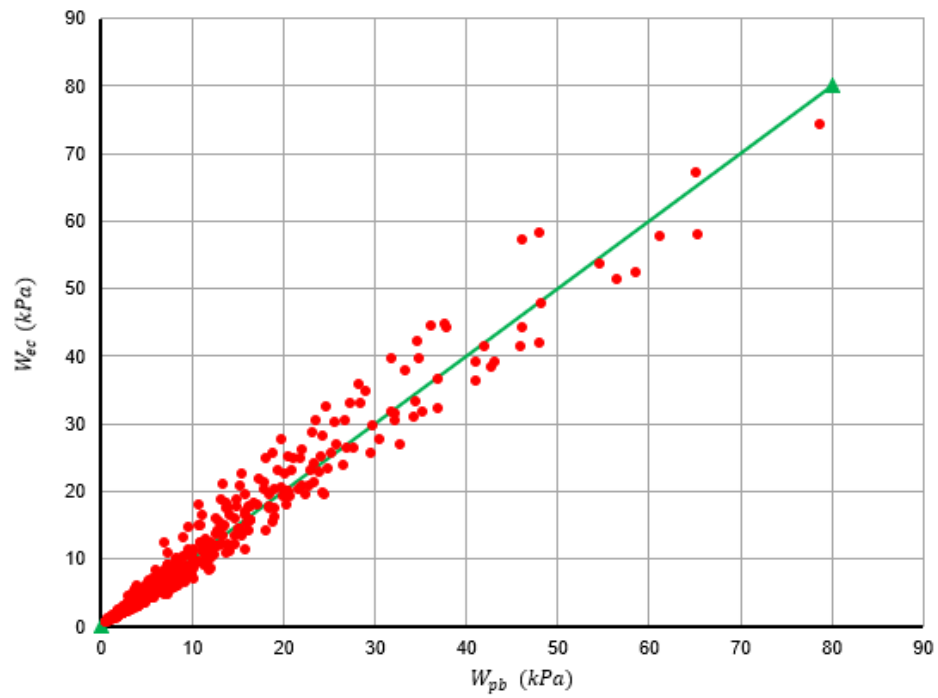


Figura 4.26. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ )

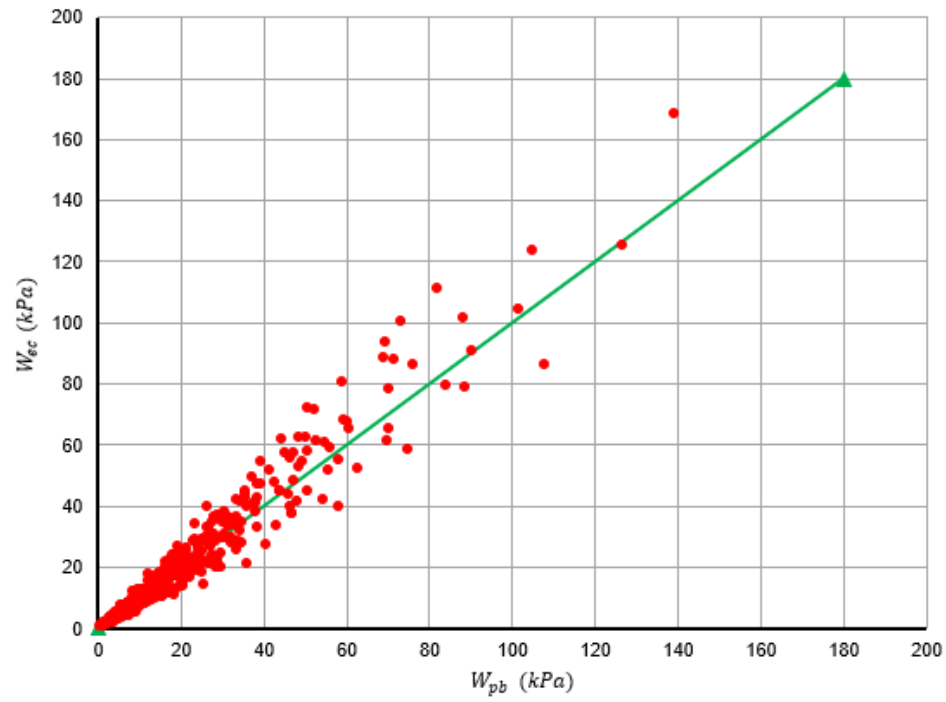


Figura 4.27. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ )

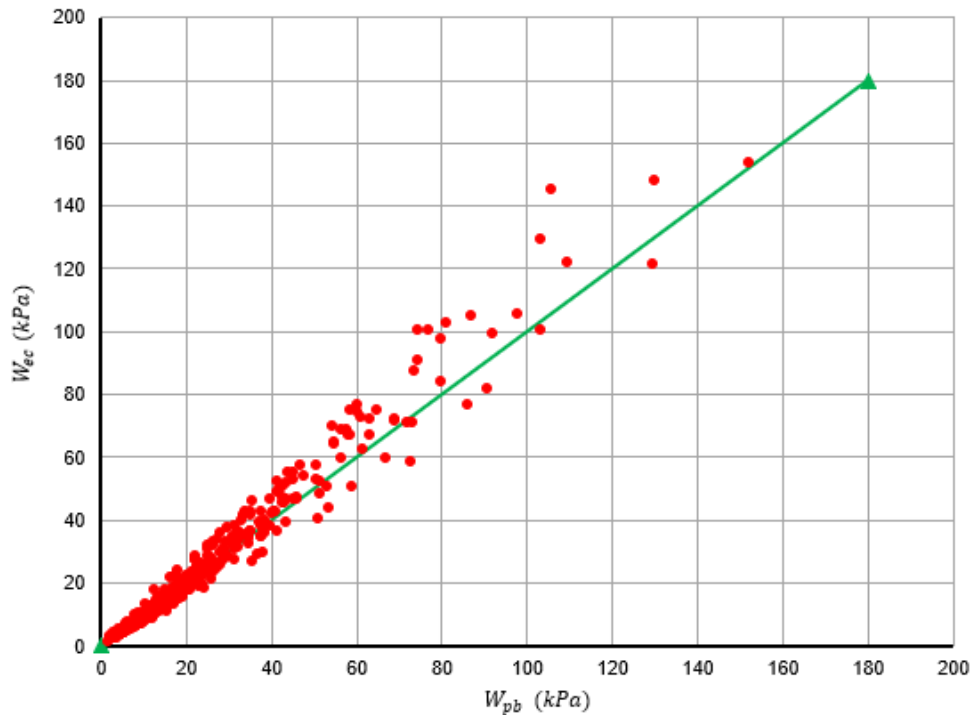


Figura 4.28. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ )

Para los muros con relaciones de aspecto entre 0.50 y 0.75 se tiene una relación de resistencias promedio  $\left(\frac{W_{ec}}{W_{pb}}\right)$  de 0.99 con un coeficiente de variación de 19%. Para los muros con relaciones de aspecto entre 0.75 y 1.00 se tiene una relación de resistencias promedio de 0.98 y un coeficiente de variación de 19.1%. Para los muros con relaciones de aspecto entre 1.00 y 2.00 se tiene una relación de resistencias promedio de 0.99 con un coeficiente de variación de 14.7%.

#### 4.2.2 Ecuaciones para determinar la contribución del esfuerzo axial

Partiendo de la Ecuación 3.21 y de los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  se realizó un ajuste de mínimos cuadrados para encontrar los valores que podía tomar el exponente  $\alpha_4$ . Para muros con relación de aspecto entre 0.50 y 0.75 se obtuvo un valor promedio para  $\alpha_4$

de 0.95 con un coeficiente de variación de 13 %. Para muros con relación de aspecto entre 0.75 y 1.00 se obtuvo un valor de 0.90 con un coeficiente de variación de 17 %. Para muros con relación de aspecto entre 1.00 y 2.00 se obtuvo un valor de 0.95 con un coeficiente de variación de 23 %. Debido a que no se encontró relación entre el valor de  $\alpha_4$  y alguna de las variables analizadas, y a los bajos coeficiente de variación obtenidos se determinó que el exponente  $\alpha_4$  tiene un valor constante e igual a los promedios obtenidos para las diferentes relaciones de aspecto.

Con el fin de analizar  $\beta_3$  de la Ecuación 3.21 se empleó la Ecuación 4.25 para estimar el coeficiente  $\beta_3$  para cada muro.

$$\beta_3 = \frac{W_\sigma}{f_m^{\alpha_1} t^{\alpha_2} K_V^{\alpha_3} \sigma^{\alpha_4}} \quad 4.25$$

En la Ecuación 4.25  $W_\sigma$  se obtuvo a partir de las resistencias obtenidas con el método del puntal bidireccional.  $W_\sigma$  se calculó como la resta de la resistencia de un muro con carga axial menos la resistencia de un muro con las mismas propiedades geométricas y mecánicas, pero con carga axial nula. En las Figuras Figura 4.29, Figura 4.30, Figura 4.31 se observan los valores de  $\beta_3$  graficados contra  $K_V$  para los diferentes rangos de relaciones de aspecto.

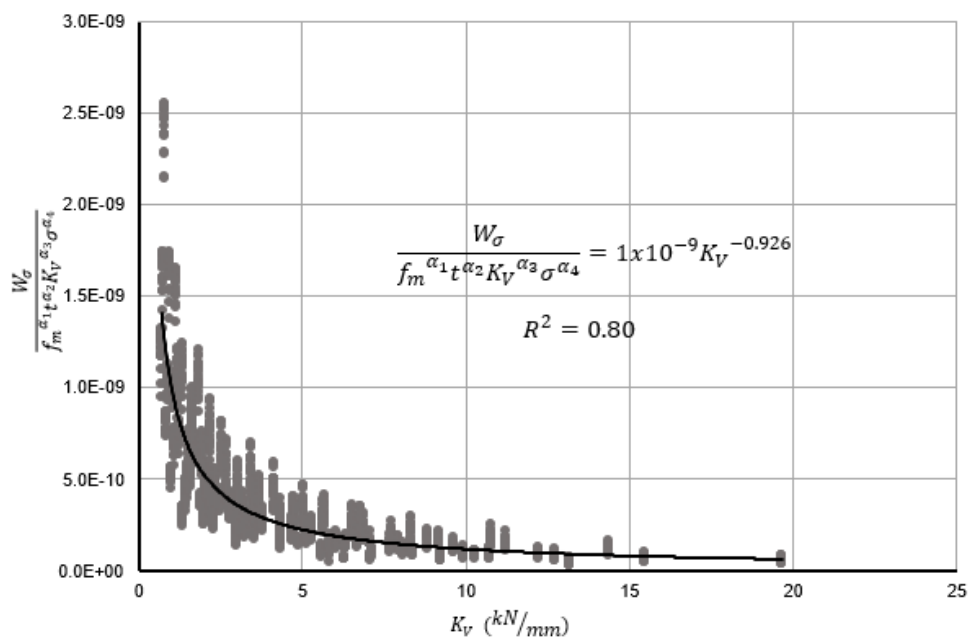


Figura 4.29. Valor de  $\beta_3$  para muros con  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$

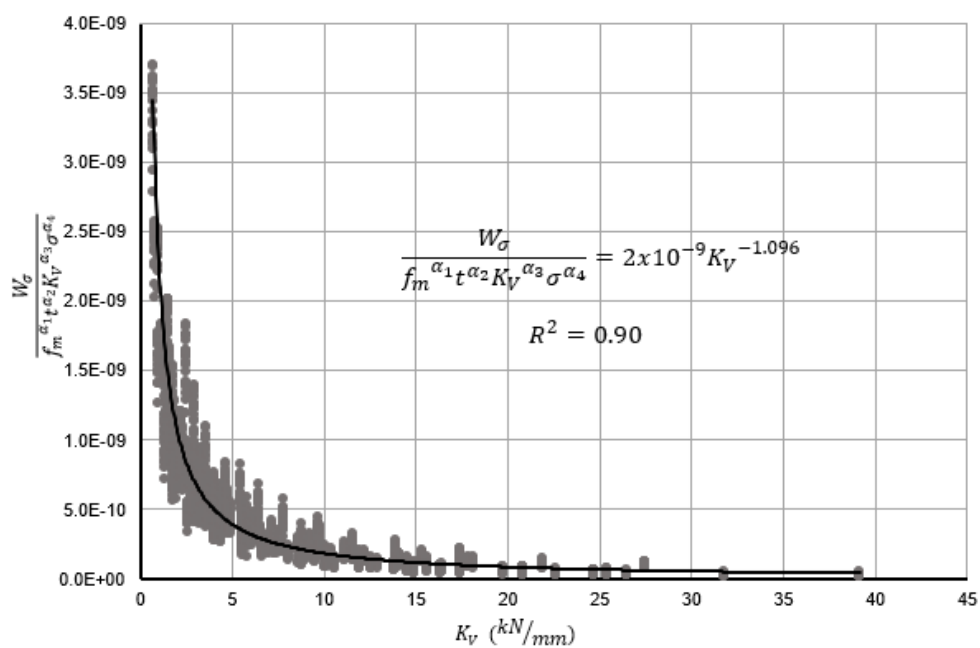


Figura 4.30. Valor de  $\beta_3$  para muros con  $0.75 < \frac{H}{L} < 1.00$

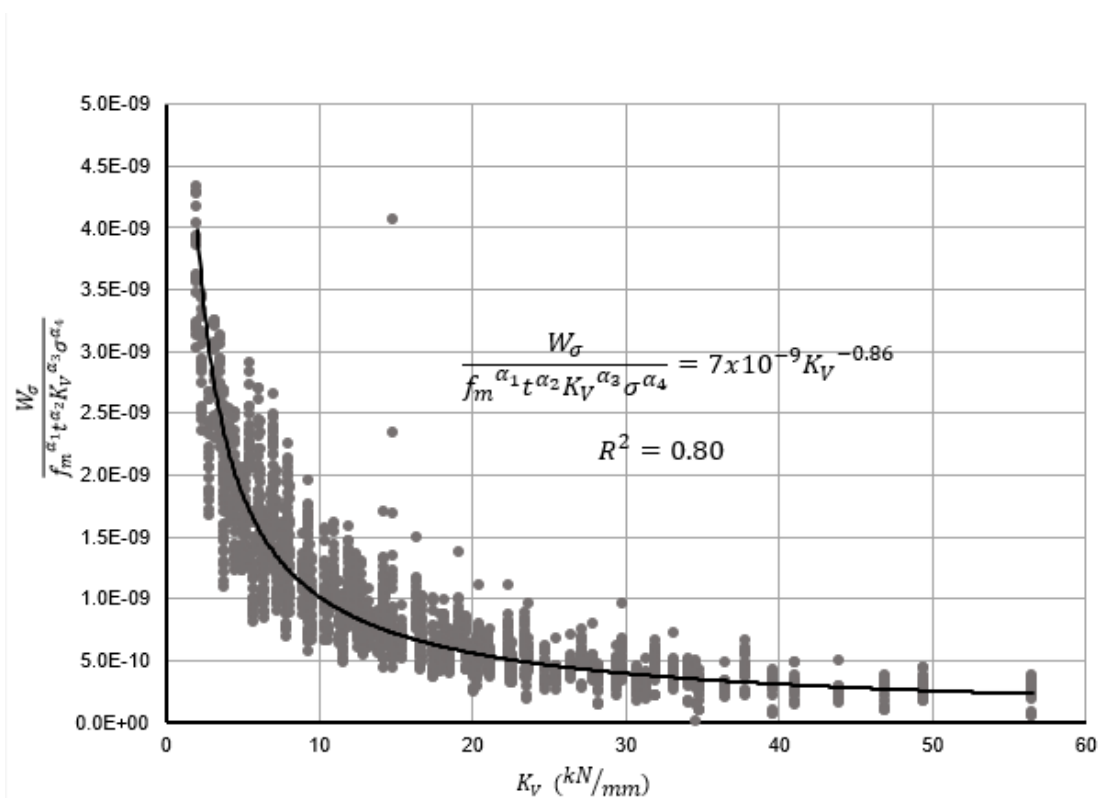


Figura 4.31. Valor de  $\beta_3$  para muros con  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$

De la Ecuación 4.25 y las figuras anteriores se observó que el exponente que debe llevar el término  $K_V$  es 1.87 para muros con relación de aspecto entre 0.5 y 0.75, 1.25 para muros con relación de aspecto entre 0.75 y 1.00, finalmente 0.65 para muros con relación de aspecto entre 1.00 y 2.00.

Para poder determinar el valor de  $\beta_3$  en la Ecuación 3.21 se estimaron las variables más influyentes en dicho valor para los muros estudiados. En la Figura 4.32 se observa que las variables más influyentes en  $\beta_3$  fueron la altura y el espesor del muro.



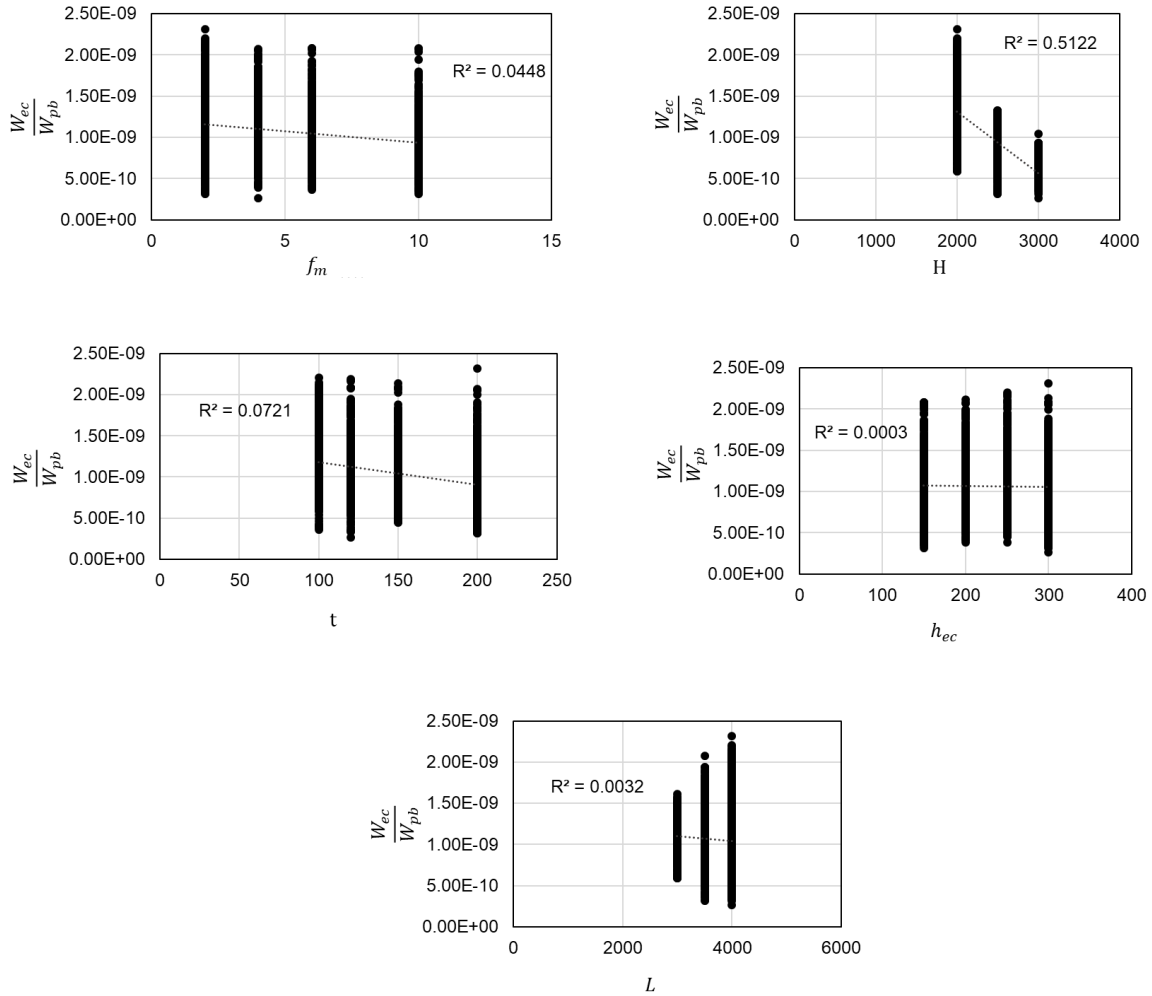


Figura 4.32. Influencia de las variables en el valor  $\beta_3$

Por lo tanto, se propusieron las Ecuaciones 4.26, 4.27 y 4.28.

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ :

$$\lambda_4 = [6.24(H)(t) - 8348.46(H) - 42250.5(t)]x10^{-16} + 3.41x10^{-9} \tag{4.26}$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ :

$$\lambda_4 = [-3.79(H)(t) - 254.07(H) + 7131.05(t)]x10^{-15} + 3.44x10^{-9} \tag{4.27}$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ :

$$\lambda_4 = [-1.54(H)(t) + 6.87(H) + 2774.85(t)]x10^{-14} + 9.39x10^{-9} \quad 4.28$$

Con las ecuaciones 4.2 a 4.28 se calculó la resistencia de los muros considerados con esfuerzo axial. En las Figuras Figura 4.33, Figura 4.34 y Figura 4.35 se presentan estos valores graficados contra las resistencias calculadas con el método del puntal bidireccional.

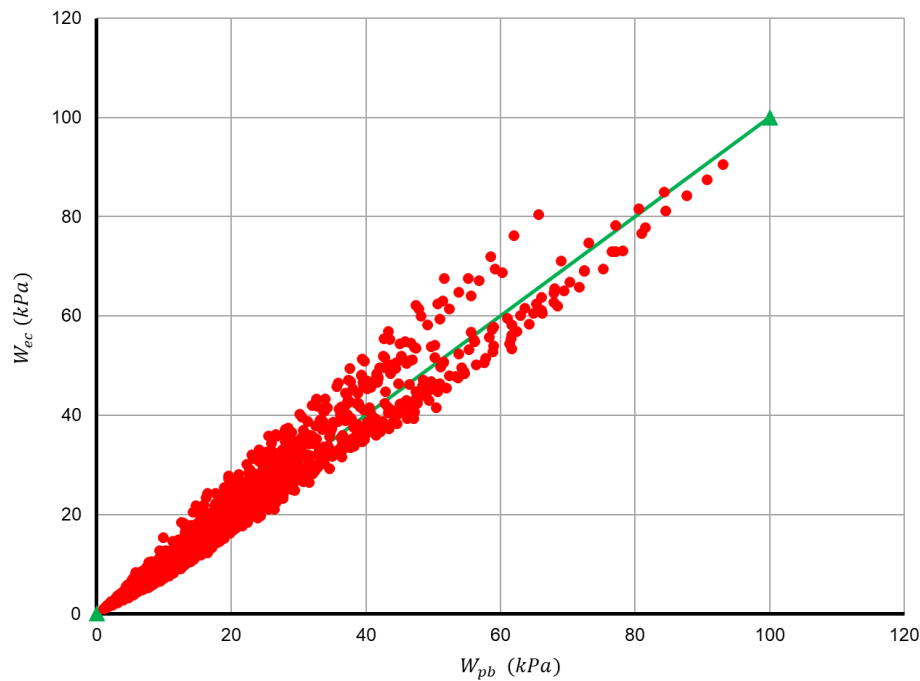


Figura 4.33. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.25 vs. MPB ( $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ )

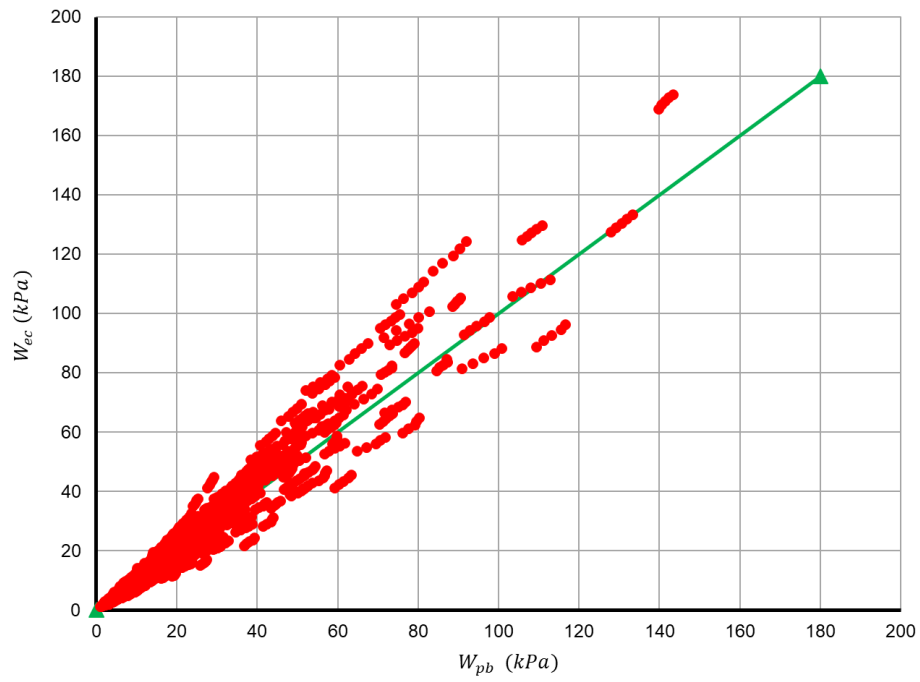


Figura 4.34. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ )

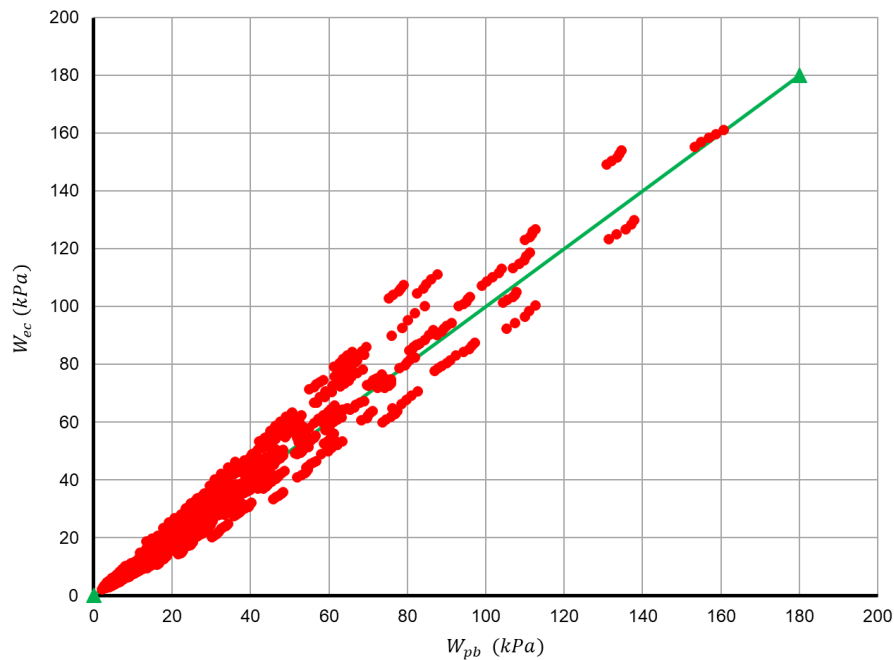


Figura 4.35. Resistencias obtenidas con Ec. 4.2 a 4.21 vs. MPB ( $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ )

Para los muros con relaciones de aspecto entre 0.50 y 0.75 se tiene una relación de resistencias promedio  $\left(\frac{W_{ec}}{W_{pb}}\right)$  de 0.97 con un coeficiente de variación de 15%. Para los muros con relaciones de aspecto entre 0.75 y 1.00 se tiene una relación de resistencias promedio de 0.98 y un coeficiente de variación de 17%. Para los muros con relaciones de aspecto entre 1.00 y 2.00 se tiene una relación de resistencias promedio de 0.96 con un coeficiente de variación de 15%.

### 4.3 Ecuaciones para determinar las fuerzas en el plano

Para determinar la ecuación para predecir las fuerzas en el plano, se asumió una forma similar a la de la ecuación para la resistencia fuera del plano (Ecuación 4.29). Donde el término  $FP_{\sigma=0}$  es el aporte que considera las variables de la resistencia a compresión

axial de la mampostería, el espesor, la longitud y la altura del muro, así como, el peralte de los elementos confinantes. Por otro lado, el término  $\Delta FP$  considera el efecto del esfuerzo axial aplicado al muro. En la Ecuación 4.29 se observa que el término  $\Delta FP$  es negativo, esto es debido a que en el análisis de sensibilidad se observó que el aplicar esfuerzo axial a un muro reduce la magnitud de las fuerzas en el plano.

$$FP = FP_{\sigma=0} - \Delta FP \quad 4.29$$

En las Figuras Figura 4.36, Figura 4.37 y Figura 4.38 se presenta el comportamiento de la relación de la fuerza en el plano calculada con el método del puntal bidireccional ( $FP_{pb}$ ) normalizada con la resistencia fuera del plano calculada con las ecuaciones desarrolladas en este trabajo en función de todas las variables consideradas para las diferentes relaciones de aspecto. En dichas figuras todos los muros tienen un esfuerzo axial nulo.

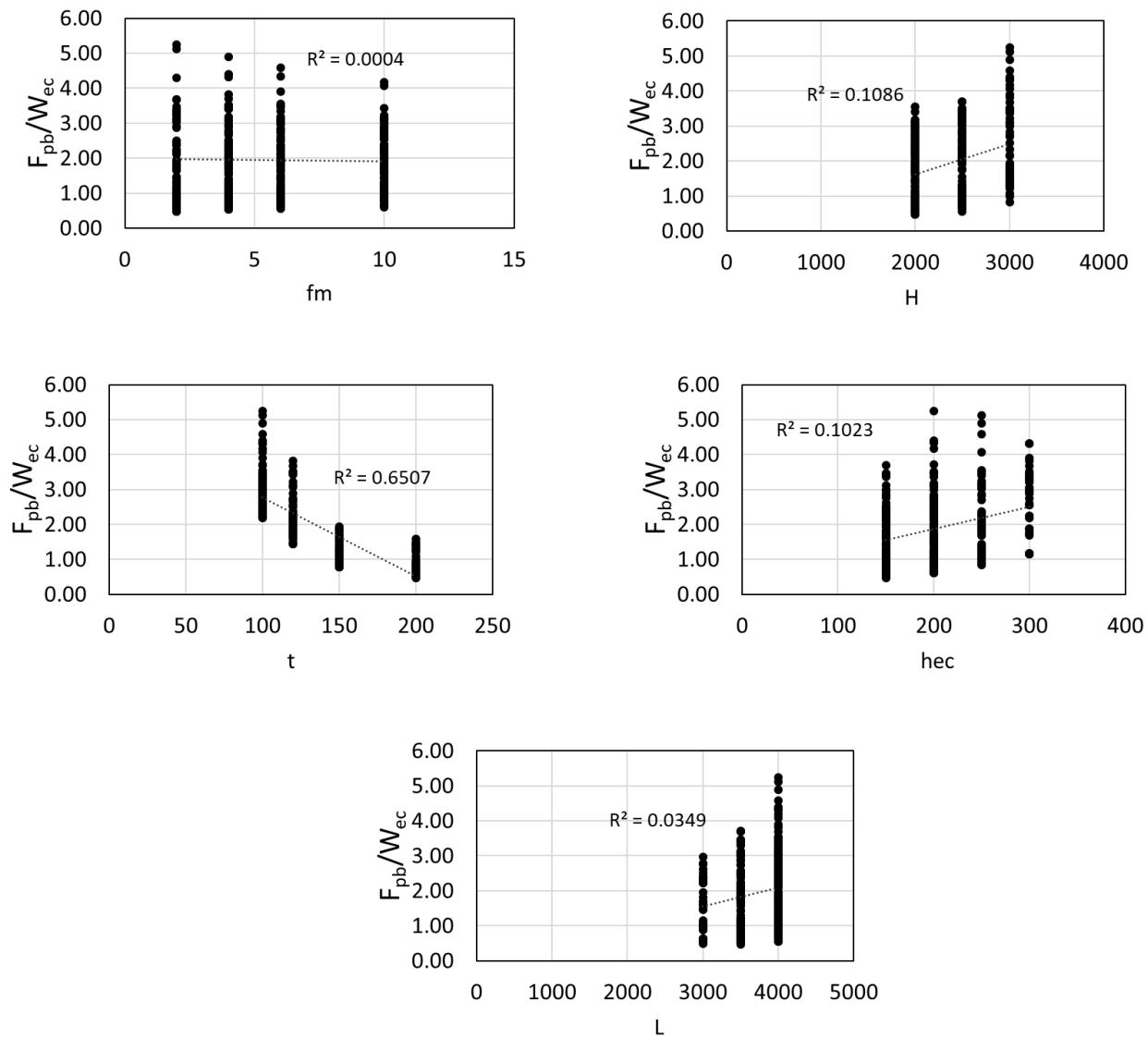


Figura 4.36. Comportamiento de la fuerza en el plano normalizada con la resistencia

fuera del plano en función de las diferentes variables ( $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ ).

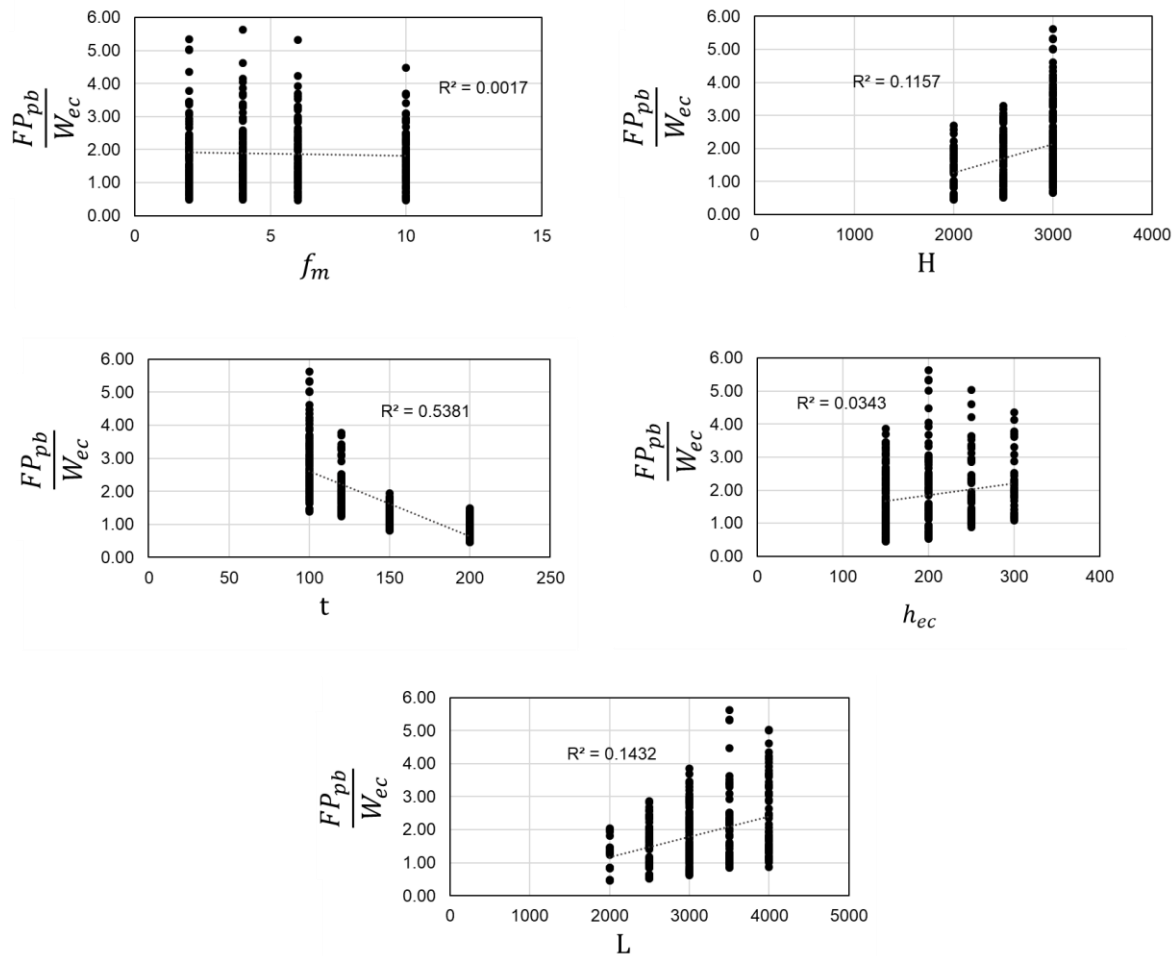


Figura 4.37. Comportamiento de la fuerza en el plano normalizada con la resistencia

fuera del plano en función de las diferentes variables ( $0.75 < \frac{H}{L} < 1.00$ ).

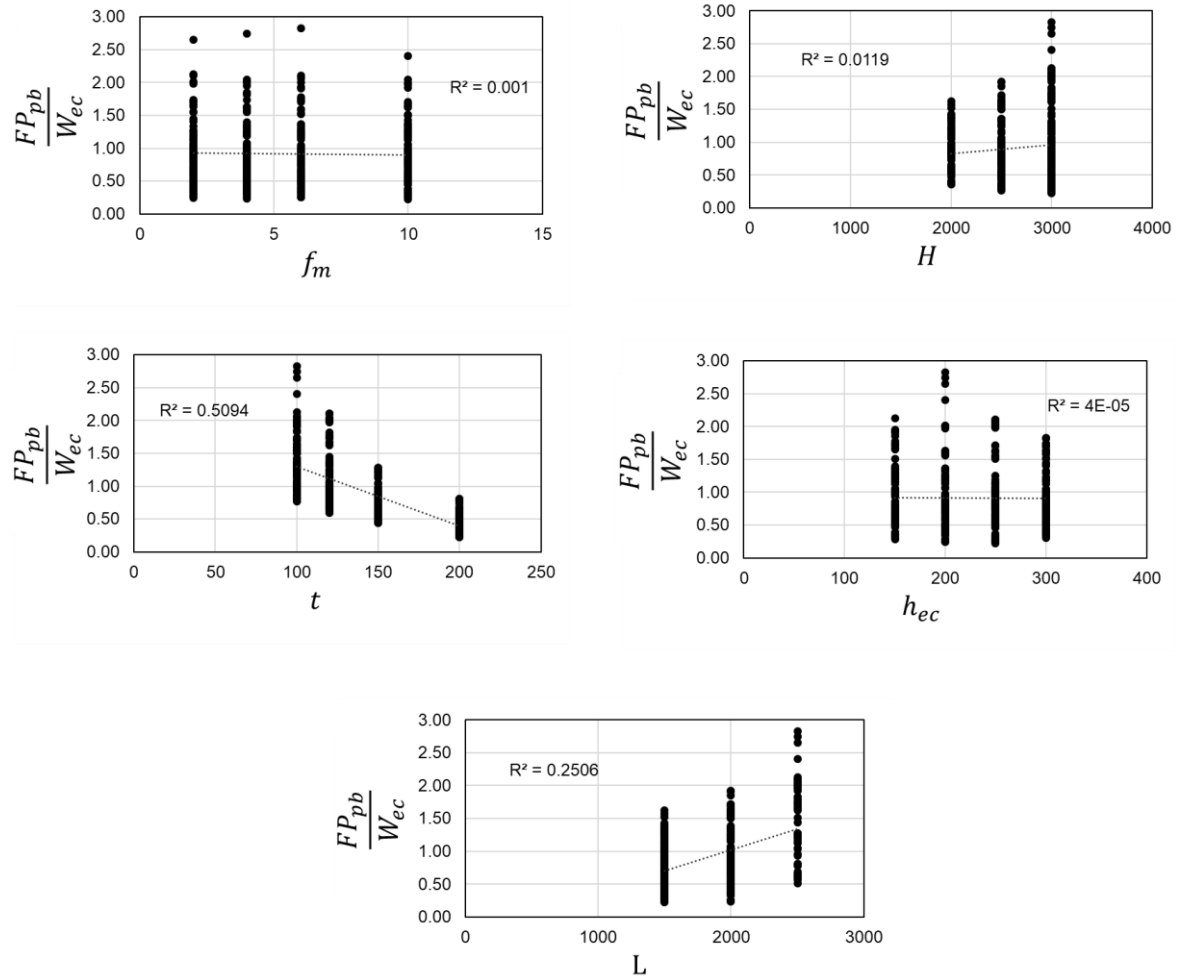


Figura 4.38. Comportamiento de la fuerza en el plano normalizada con la resistencia fuera del plano en función de las diferentes variables ( $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ ).

En las Figuras Figura 4.36, Figura 4.37 y Figura 4.38 se puede observar que para muros con relación de aspecto entre 0.50 y 1.00 las variables con mayor correlación con la relación  $FP_{pb}/W_{ec}$  son el espesor y la altura del muro. Adicionalmente dicha relación es inversamente proporcional al espesor del muro y directamente proporcional a la altura del muro. Por otro lado, tanto para muros con relación de aspecto entre 0.75 y 1.00 como para muros con relación de aspecto entre 1.00 y 2.00 las variables que



tienen mayor correlación con la relación  $FP_{pb}/W_{ec}$  son el espesor y la longitud del muro y que dicha relación es inversamente proporcional al espesor del muro y directamente proporcional a la longitud del muro.

En las Figuras Figura 4.39, Figura 4.40 y Figura 4.41 se presentan los comportamientos de las fuerzas en el plano y la ecuación ajustada para estas en función de la resistencia fuera del plano, el espesor, la altura y la longitud del muro según sea el caso.

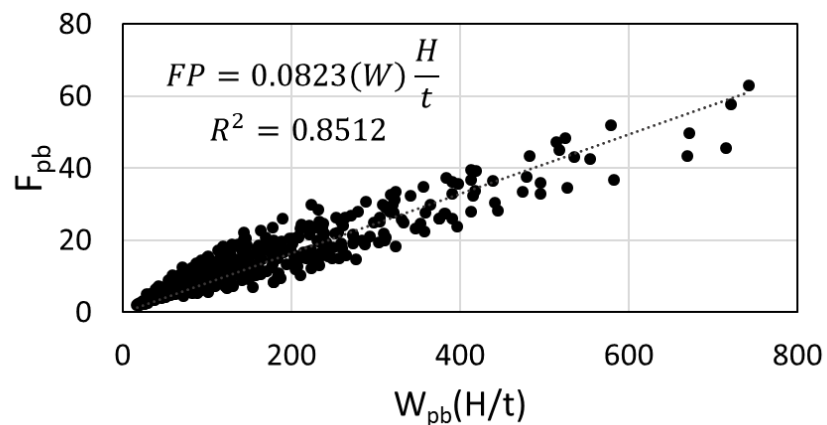


Figura 4.39. Fuerzas en el plano calculadas con el MPB contra fuerzas en el plano calculadas a partir de las variables más influyentes ( $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ ).

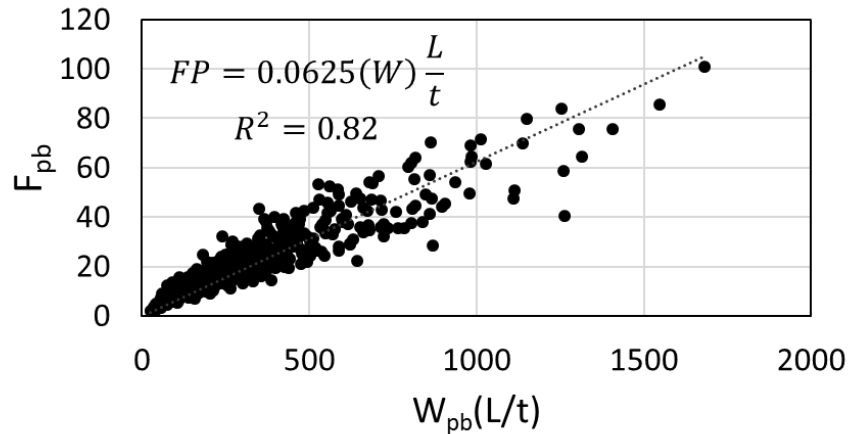


Figura 4.40. Fuerzas en el plano calculadas con el MPB contra fuerzas en el plano calculadas a partir de las variables más influyentes ( $0.75 < \frac{H}{L} < 1.00$ ).

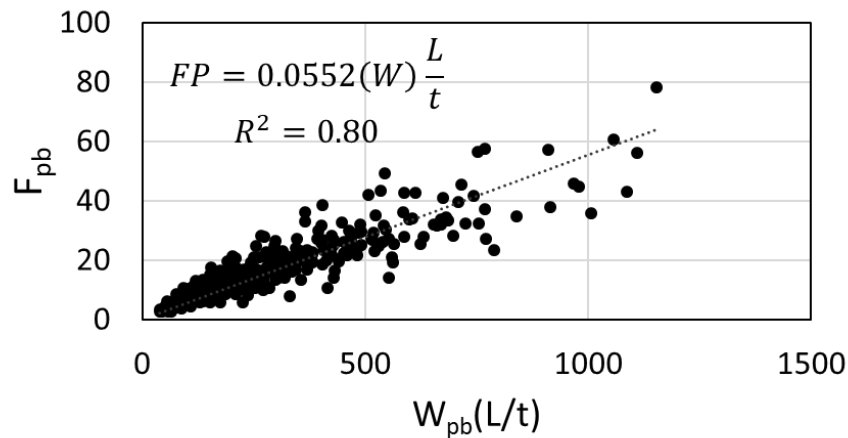


Figura 4.41. Fuerzas en el plano calculadas con el MPB contra fuerzas en el plano calculadas a partir de las variables más influyentes ( $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ ).

A partir de los datos obtenidos se proponen las Ecuaciones 4.30, 4.31, y 4.32. En la Tabla 4.1 se presentan los resultados estadísticos de la relación de fuerzas en el plano calculadas con estas ecuaciones y con el MPB.

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ :

$$FP_{\sigma=0} = 0.0823 W \left( \frac{H}{t} \right) \quad 4.30$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ :

$$FP_{\sigma=0} = 0.0625 W \left( \frac{L}{t} \right) \quad 4.31$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ :

$$FP_{\sigma=0} = 0.0552 W \left( \frac{L}{t} \right) \quad 4.32$$

Tabla 4.1. Resultados estadísticos de la relación de la fuerza en el plano calculada con las Ecuaciones 4.27 a 4.29 y el MPB

Promedio	0.91
D.E.	0.26
C.V.	29%
Max.	2.31
Min.	0.39

Para determinar el valor de  $\Delta FP$  en la Ecuación 4.29 se analizó el comportamiento de la disminución de las fuerzas en el plano debido a la presencia de esfuerzo axial en los muros calculadas con el MPB.

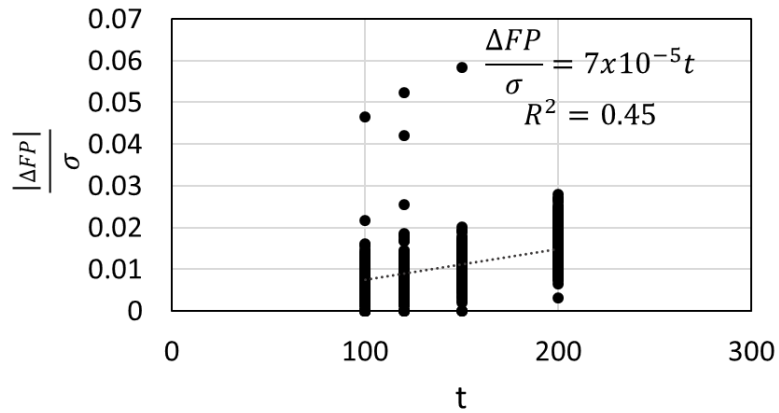


Figura 4.42. Comportamiento de la disminución en la magnitud de las fuerzas en el plano contra el espesor del muro ( $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ ).

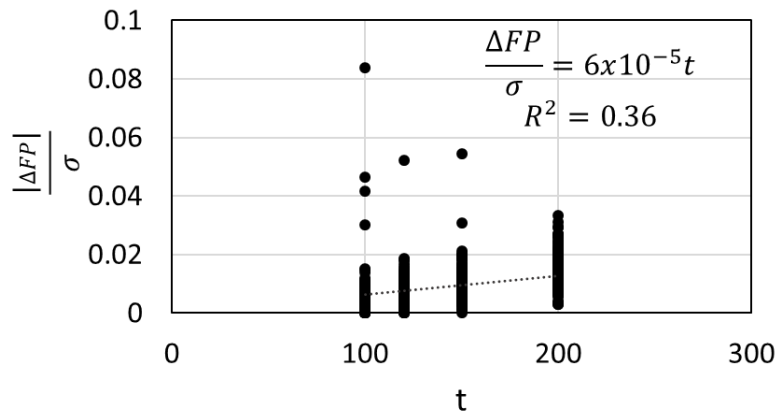


Figura 4.43. Comportamiento de la disminución en la magnitud de las fuerzas en el plano contra el espesor del muro ( $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ ).

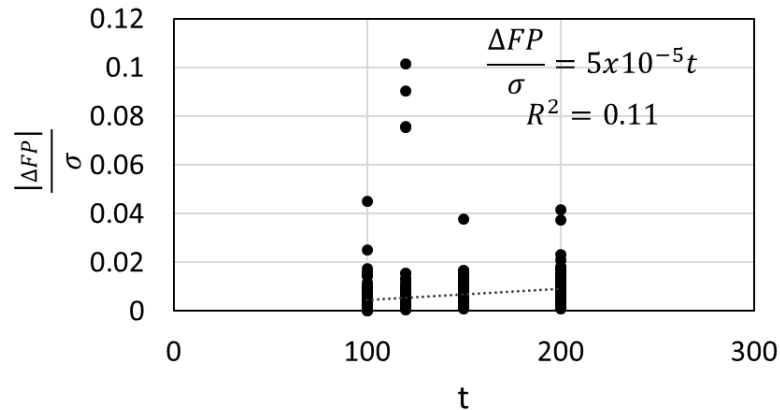


Figura 4.44. Comportamiento de la disminución en la magnitud de las fuerzas en el plano contra el espesor del muro ( $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ ).

En las Figuras Figura 4.42, Figura 4.43 y Figura 4.44 se presenta la variación de  $\Delta FP/\sigma$  contra el espesor del muro. Se observa que el espesor del muro influye significativamente en esta relación con factores de correlación de 0.45, 0.36 y 11 para muros con relación de aspecto de 0.50 a 0.75, 0.75 a 1.00 y 1.00 a 2.00, respectivamente. Por lo tanto, se proponen las Ecuaciones 4.33, 4.34 y 4.35

Para  $0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$ :

$$\Delta FP = 7 \times 10^{-5} \sigma t \quad 4.33$$

Para  $0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$ :

$$\Delta FP = 6 \times 10^{-5} \sigma t \quad 4.34$$

Para  $1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$ :

$$\Delta FP = 5 \times 10^{-5} \sigma t \quad 4.35$$

En la Tabla 4.2 se presentan los resultados estadísticos de la relación de fuerzas en el plano calculadas con estas ecuaciones y con el MPB.

Tabla 4.2- Resultados estadísticos de la relación de la fuerza en el plano calculada con las Ecuaciones 4.27 a 4.32 y el MPB

Promedio	1.01
D.E.	0.33
C.V.	33%
Max.	2.70
Min.	0.22

#### **4.4 Comparación de métodos analíticos con resultados experimentales**

En la revisión de la literatura se identificaron 24 muros experimentales sujetos a cargas fuera del plano. En la Tabla 4.3 se presentan las resistencias fuera del plano experimentales ( $W_{exp}$ ) de dichos muros. De igual manera se presentan las resistencias analíticas calculadas con los métodos de líneas de fluencia (Ecuación 2.1), líneas de fluencia modificado (Ecuaciones 2.2 a 2.4), puntal de compresión (Ecuaciones 2.5 a 2.7) y las ecuaciones 4.2 a 4.28 desarrolladas en este trabajo ( $W_{EC}$ ). Además, se presentan las relaciones de las resistencias obtenidas con los métodos analíticos y las experimentales, así como, los resultados estadísticos de estas relaciones.

Tabla 4.3. Comparación de resistencias analíticas y experimentales.

Muro	$W_{EXP}$ (kPa)	$W_{LF}$ (kPa)	$W_{LFM}$ (kPa)	$W_{PC}$ (kPa)	$W_{EC}$ (kPa)	$\frac{W_{LF}}{W_{EXP}}$	$\frac{W_{LFM}}{W_{EXP}}$	$\frac{W_{PC}}{W_{EXP}}$	$\frac{W_{EC}}{W_{EXP}}$	Ref.
1	8.81	3.59	5.34	5.13	11.13	0.41	0.61	0.58	1.26	1*
2	10.49	8.34	5.60	5.73	12.66	0.80	0.53	0.55	1.21	1*
3	11.06	10.19	5.94	6.19	13.71	0.92	0.54	0.56	1.24	1*
4	7.33	5.34	4.01	3.57	9.70	0.73	0.55	0.49	1.32	1*
5	13.44	4.79	7.82	5.15	15.27	0.36	0.58	0.38	1.14	1*
6	17.61	10.84	8.15	5.72	17.08	0.62	0.46	0.32	0.97	1*
7	18.06	13.28	8.68	6.21	18.37	0.74	0.48	0.34	1.02	1*
8	14.24	7.24	5.82	3.56	11.82	0.51	0.41	0.25	0.83	1*
9	16.51	8.62	12.22	9.83	24.16	0.52	0.74	0.60	1.46	2*
10	14.26	4.39	5.81	3.85	11.27	0.31	0.41	0.27	0.79	2*
11	16.24	6.28	10.84	14.97	26.65	0.39	0.67	0.92	1.64	2*
12	11.04	3.19	5.04	5.46	11.98	0.29	0.46	0.49	1.08	2*
13	14.59	7.07	6.71	8.22	14.74	0.48	0.46	0.56	1.01	3*
14	15.96	8.87	6.77	8.25	17.58	0.56	0.42	0.52	1.10	3*
15	10.01	6.22	6.67	9.33	10.49	0.62	0.67	0.93	1.05	4*
16	18.43	12.28	11.29	9.33	17.38	0.67	0.61	0.51	0.94	4*
17	14.78	9.82	11.29	9.33	14.81	0.66	0.76	0.63	1.00	4*
18	15.79	9.82	11.29	9.33	14.81	0.62	0.71	0.59	0.94	4*
19	7.53	6.20	5.35	7.11	8.49	0.82	0.71	0.94	1.13	5*
20	11.25	8.50	7.76	7.11	17.30	0.76	0.69	0.63	1.54	5*
21	19.72	14.87	17.43	8.84	22.34	0.75	0.88	0.45	1.13	6*
22	24.20	21.49	17.43	8.84	26.60	0.89	0.72	0.36	1.10	6*
23	31.60	31.19	43.98	8.84	27.73	0.99	1.39	0.28	0.88	6*
24	38.30	40.50	43.98	8.84	30.70	1.06	1.15	0.23	0.80	6*
Promedio						0.64	0.65	0.52	1.11	



D.E.	0.21	0.23	0.20	0.22
C.V.	33%	36%	39%	20%
Max.	1.06	1.39	0.94	1.64
Min	0.29	0.41	0.23	0.79

1\* Moreno-Herrera et al. (2016)

2\* Varela-Rivera et al (2012a)

3\* Varela-Rivera et al (2012b)

4\* Varela-Rivera et al (2015)

5\* G. Cantón (2016)

6\* Cacep (2019)

En la Tabla 4.3 se observa que la relación de resistencias fuera del plano calculadas con las ecuaciones desarrolladas en este trabajo y las experimentales es en promedio de 1.11 con un coeficiente de variación de 20%. Mientras que, para los métodos de líneas de fluencia, líneas de fluencia modificado y puntal de compresión se obtienen promedios de 0.64, 0.65 y 0.52 y coeficientes de variación de 33%, 36% y 39%, respectivamente.

Para el caso del método de líneas de fluencia se observa que, en general, se subestima la resistencia fuera del plano de los muros. Lo anterior se debe a que el mecanismo de arco formado no se considera en este método. Esto significa que la contribución de los puntales de compresión a la resistencia a flexión de la mampostería no se toma en cuenta. Por lo tanto, dichas resistencias y su contribución al trabajo interno son subestimadas. Por su parte, con el método de líneas de fluencia modificado, en general, se subestima la resistencia fuera del plano de los muros. Dicho método fue desarrollado para muros diafragma rodeados por marcos de acero

articulados en sus conexiones, mientras que, para muros confinados los nodos de los elementos confinantes son conexiones rígidas, por lo tanto, la rigidez en el plano del marco de elementos confinantes se subestima. Adicionalmente, la carga axial no fue incluida debido a la presencia de separaciones entre el muro de mampostería y el marco. Con el método del puntal de compresión se subestima la resistencia fuera del plano de los muros. Esto se debe a que, en dicho método, el cual fue desarrollado para muros diafragma rodeados de marcos rígidos de concreto reforzado, sólo considera el mecanismo de arco vertical en una dirección. Debido a esto se desprecia la contribución de los puntales horizontales. En el método del PC se considera la rigidez de los elementos confinantes con el factor  $R_2$  (Ecuación 2.6), sin embargo, dicho factor sólo depende de la inercia de la sección transversal del elemento confinante y su módulo de elasticidad, sin considerar la longitud del elemento. Al no considerar las longitudes de los elementos confinantes, la rigidez de estos no se estima apropiadamente. Para los muros considerados en la Tabla 4.3 el valor del producto del módulo de elasticidad y la inercia de la sección transversal de los elementos confinantes fue menor que el límite inferior especificado, por lo tanto se utilizó el valor real de dicho producto en el cálculo de la resistencia fuera de los muros. Por su parte, las ecuaciones propuestas en este trabajo se determinaron con el MPB. Este método considera el mecanismo de arco formado en dos direcciones ortogonales, la rigidez en el plano de los elementos confinantes y el esfuerzo axial en los muros. Lo cual es consistente con el comportamiento observado en trabajos experimentales.

## 4.5 Resumen de ecuaciones

Las expresiones desarrolladas en este trabajo para calcular resistencia fuera del plano de muros confinados se presentan en las Ecuaciones 4.36 a 4.45. A continuación, se presenta el procedimiento para el cálculo de la resistencia fuera del plano de un muro cualquiera utilizando dichas ecuaciones.

1. Se conocen las propiedades geométricas y mecánicas del muro: resistencia a compresión del concreto, sección transversal y longitud de los elementos confinantes, espesor, longitud y altura del muro y esfuerzo axial aplicado.
2. Con la resistencia a compresión axial del concreto se obtienen:  $E_C$  y  $G_C$
3. Con las secciones transversales de los elementos confinantes se obtienen:  $I_D$ ,  $J_D$ ,  $I_C$  y  $J_C$ .
4. Se calculan las rigideces equivalentes  $K_V$  y  $K_H$  con las Ecuaciones 4.44 y 4.45
5. Se utilizan la longitud y altura del panel de mampostería para calcular la relación de aspecto.
6. Se selecciona la columna correspondiente de la Tabla 4.4 de donde se toman los valores de los parámetros de las ecuaciones.
7. Se obtienen los exponentes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  con las Ecuaciones 4.37 y 4.38.
8. Se calculan los factores  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  y  $\lambda_4$  con las Ecuaciones 4.39 a 4.43
9. Se calcula la resistencia fuera del plano con la Ecuación 4.36

$$W = fm^{a_1}t^{a_2} \left( \frac{\lambda_1 K_V^{\alpha_3} + \lambda_2 K_H^{\alpha_3}}{\lambda_3} + \frac{K_V^{\alpha_3 - \Lambda} \sigma^{\alpha_4}}{\lambda_4} \right) \quad 4.36$$

$$\alpha_1 = \varphi_1 \ln(K_{D1}) + \varphi_2 \quad 4.37$$

$$\alpha_2 = \varphi_3 \ln(K_{D2}) + \varphi_4 \quad 4.38$$

$$\lambda_1 = \left[ \gamma_1 \left( \frac{H}{L} \right)^2 + \gamma_2 \left( \frac{H}{L} \right) + \gamma_3 \right] x 10^{-9} \quad 4.39$$

$$\lambda_2 = \left[ \gamma_4 \left( \frac{H}{L} \right)^2 + \gamma_5 \left( \frac{H}{L} \right) + \gamma_6 \right] x 10^{-9} \quad 4.40$$

$$\text{Si } K_{D1} < K_{lim} \quad \lambda_3 = [\mu_1 (H) (L) - \mu_2 (H) - \mu_3 (L)] x 10^{-7} + \mu_4 \quad 4.41$$

$$\text{Si } K_{D1} > K_{lim} \quad \lambda_3 = 1 \quad 4.42$$

$$\lambda_4 = [\omega_1 (H) (t) + \omega_2 (H) + \omega_3 (t)] x 10^{-16} + \omega_4 x 10^{-9} \quad 4.43$$

$$K_v = \left( \frac{192 E_C I_D G_C J_D}{G_C J_D L^3 + 48 E_C I_D t^2 L} \right) \left( \frac{I_C L}{I_D H + I_C L} \right) \quad 4.44$$

$$K_H = \left( \frac{192 E_C I_C G_C J_C}{G_C J_C H^3 + 48 E_C I_C t^2 H} \right) \left( \frac{I_D H}{I_D H + I_C L} \right) \quad 4.45$$

Tabla 4.4. Parámetros para calcular la resistencia fuera del plano.

Parámetro	$0.50 \leq H/L \leq 0.75$	$0.75 < H/L \leq 1.00$	$1.00 < H/L \leq 2.00$
$\varphi_1$	0.176	0.205	0.148
$\varphi_2$	0.20	0.23	0.28
$\varphi_3$	-0.49	-0.41	-0.26
$\varphi_4$	3.43	3.25	3.00
$\alpha_3$	2.8	2.35	1.51
$K_{D1}$	$K_V$	$K_V$	$K_H$
$K_{D2}$	$K_V$	$K_H$	$K_H$
$K_{lim}$	8	10	20
$\gamma_1$	-358	-231.4	-117.7
$\gamma_2$	329	371.6	154.1
$\gamma_3$	-6.23	-43.2	350
$\gamma_4$	53.78	538.11	-148
$\gamma_5$	-13.607	-352.06	4410
$\gamma_6$	-4.139	7.72	-3730
$\mu_1$	5.76	1.66	3.45

$\mu_2$	-20810	-4388	-3672
$\mu_3$	-8702	-632.4	-7065
$\mu_4$	4.033	0.831	1.46
$\alpha_4$	0.95	0.90	0.95
$\Lambda$	0.926	1.096	0.86
Parámetro	$0.50 \leq H/L \leq 0.75$	$0.75 < H/L \leq 1.00$	$1.00 < H/L \leq 2.00$
$\omega_1$	6.24	-37.9	-154
$\omega_2$	-8348.46	-2540.7	687
$\omega_3$	-42250.5	71310.5	277485
$\omega_4$	3.41	3.44	9.39

La expresión desarrollada en este trabajo para calcular las fuerzas en el plano se presenta en la Ecuación 4.46. En dicha ecuación  $W$  es la resistencia fuera del plano del muro con esfuerzo axial nulo. En la Tabla 4.5 se presentan los parámetros necesarios para usar la Ecuación 4.46.

$$FP = \psi W \left( \frac{H^r L^p}{t} \right) - \xi \sigma t \quad 4.46$$

Tabla 4.5. Parámetros para calcular las fuerzas en el plano.

Parámetro	$0.50 \leq \frac{H}{L} \leq 0.75$	$0.75 < \frac{H}{L} \leq 1.00$	$1.00 < \frac{H}{L} \leq 2.00$
$\psi$	0.0823	0.0625	0.0552
$\tau$	1	0	0
$\rho$	0	1	1
$\xi$	$7 \times 10^{-5}$	$6 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^{-5}$

$W$	Resistencia fuera del plano un MMC	$kPa$
$FP$	Fuerzas en el plano	$N/mm$
$f_m$	Resistencia a compresión axial de la mampostería	$MPa$
$E_c$	Módulo de elasticidad del concreto	$GPa$
$G_c$	Módulo de cortante del concreto	$GPa$
$K_V$	Rigidez equivalente vertical	$kN/mm$
$K_H$	Rigidez equivalente horizontal	$kN/mm$
$\sigma$	Espesor del muro	$kPa$
$t$	Espesor del muro	$mm$
$h$	Altura a ejes del muro	$mm$
$l$	Longitud a ejes del muro	$mm$

$I_C$	Inercia de la sección transversal de castillos	$mm^4$
$I_D$	Inercia de la sección transversal de dalas	$mm^4$
$J_C$	Constante de torsión de la sección transversal de castillos	$mm^4$
$J_D$	Constante de torsión de la sección transversal de dalas	$mm^4$



## 5 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolló un análisis de sensibilidad de las principales variables que influyen en el comportamiento de muro de mampostería confinada sujetos a cargas fuera del plano. Se determinó la resistencia fuera del plano y las fuerzas en el plano de 6912 muros utilizando el método del puntal bidireccional y un programa de cómputo desarrollado para este trabajo. Las variables consideradas fueron la resistencia a compresión axial de la mampostería, la rigidez en el plano de los elementos confinantes, la relación de aspecto, la relación de esbeltez, y el esfuerzo axial del muro. Se consideraron relaciones de aspecto entre 0.5 y 2.00. Adicionalmente se desarrollaron ecuaciones de diseño para determinar la resistencia fuera del plano de muros de mampostería confinada y las fuerzas en el plano generadas debido al mecanismo de arco. Con base en los resultados obtenidos se presentan las siguientes conclusiones.

1. Para muros de mampostería confinada sujetos a cargas fuera del plano, si la resistencia a compresión axial de la mampostería, el espesor del muro, la rigidez en el plano de los elementos confinantes o el esfuerzo axial aplicado al muro aumentan, la resistencia fuera del plano aumenta. Por otro lado, si la longitud o la altura del muro disminuye, la resistencia fuera del plano disminuye.
2. Para muros de mampostería confinada sujetos a cargas fuera del plano, si la resistencia a compresión axial de la mampostería o la rigidez en el plano de los elementos confinantes aumenta, las fuerzas en el plano aumentan. Por otro lado, si el esfuerzo axial aplicado en el muro, el espesor, longitud o altura del muro aumentan, las fuerzas en el plano disminuyen.

3. Las variables más significativas en la resistencia fuera del plano son la rigidez de los elementos confinantes, la relación de aspecto del muro, el espesor del muro y la resistencia a compresión axial de la mampostería.
4. Las variables más significativas en las fuerzas en el plano son el espesor, la altura y la longitud del muro y el esfuerzo axial aplicado a este.
5. El promedio de la relación entre la resistencia fuera del plano calculada con los métodos de líneas de fluencia, líneas de fluencia modificado y puntal de compresión y la resistencia fuera del plano experimental son de 0.64, 0.65 y 0.52 con coeficientes de variación de 33%, 36% y 39%, respectivamente. Estos métodos, en general, subestiman la resistencia fuera del plano y no son adecuados para estimar la resistencia fuera del plano de muros de mampostería confinada. Por otro lado, el promedio de la relación entre la resistencia fuera del plano calculada con las ecuaciones de diseño y la resistencia fuera del plano experimental es de 1.11, con un coeficiente de variación de 20% y valores máximo y mínimo de 1.64 y 0.79 respectivamente. Las ecuaciones tienen una mejor aproximación debido a que están basadas en el MPB. En dicho método se considera el mecanismo de arco formado en dos direcciones ortogonales, la rigidez de los elementos confinantes y el esfuerzo axial aplicado en el muro, de acuerdo al comportamiento observado en trabajos experimentales.
6. El alcance de las ecuaciones de diseño está limitado para muros con relación de aspecto entre 0.50 y 2.00; resistencia a compresión axial de la mampostería entre 2 y 10 MPa; espesor de la mampostería entre 100 y 200 mm; rigidez de

los elementos confinantes entre 0.69 y 56.49 kN/mm; y esfuerzo axial entre 0 y 392.27 kPa.

7. Con las ecuaciones desarrolladas en este trabajo se predice adecuadamente la resistencia fuera del plano de muros de mampostería confinada, lo cual representa una significativa simplificación del procedimiento de diseño.

## 6 REFERENCIAS

Abrams, D.P., Ángel, R., y Uzarski, J. 1996. Out-of-plane strength of unreinforced masonry Infill panels. *Earthquake Spectra*, 12(4): 825-844.

Cacep-Rodríguez, J. 2019 Comportamiento fuera del plano de muros confinados con relación de aspecto mayor que uno. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán.

Dawe, J.L., y Seah, C.K. 1989. Out-of-plane resistance of concrete masonry infilled panels. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 16(6): 854-864.

Drysdale, R.G., y Essawy, A.S. 1988. Out-of-plane bending of concrete block walls. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 144(1): 121-133.

G. Cantón J. A. 2016 Comportamiento fuera del plano de muros de mampostería confinada con elementos confinantes de sección mínima. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán.

Martini, K. 1997. Finite element studies in the out-of-plane failure of unreinforced masonry. In Proceedings of the 7th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Seoul, Korea.

Middleton A. C. y Drysdale R. G. 1995. Flexural capacities of concrete block walls with openings. In Proceedings of the 7th Canadian Masonry Symposium, Hamilton, Ontario, Canada, 5-7 June 1995. Canada Masonry Design Centre.

Moreno H. J., Varela R. J., Fernandez B. L., 2015a Out of Plane Design Procedure for Confined Masonry Walls. "Journal of Structural Engineering", ASCE, 04015126- 1

Moreno H. J., Varela R. J., Fernandez B. L., 2015b Bidirectional strut method: Out of Plane Strength of Confined Masonry Walls. Canadian Journal of Civil Engineering, 41, 1029-1035.

Pasca, M., Liberatorea, L., y Masiani, R. 2017. Reliability of analytical models for the prediction of out-of-plane capacity of masonry infills. Structural Engineering and Mechanics, 64(6): 765-781.

Rodríguez M. H. 2018 Ecuaciones de diseño para muros de mampostería confinada sujetos a cargas uniformes fuera del plano. Tesis Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán.

Varela-Rivera, J., Navarrete-Macías, D., Fernandez-Baqueiro, L., y Moreno, E. 2011. Out-of-plane behavior of confined masonry walls. *Engineering Structures*, 33(5), 1734-1741.

Varela-Rivera, J., Moreno-Herrera, J., López-Gutiérrez, I., y Fernández-Baqueiro, L. 2012a. Out-of-Plane Strength of Confined Masonry Walls. (ASCE, Ed.) *JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING*, 1331-1341.

Varela-Rivera, J., Polanco-May, M., Fernandez-Baqueiro, L., y Moreno, E. 2012b. Confined masonry walls subjected to combined axial loads and out-of-plane uniform pressures. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 39(4), 439-447.

Varela-Rivera, J., Chan-Esquivel, S., Fernández-Baqueiro, L., y Moreno-Herrera, J. 2015. Comportamiento de muros de mampostería confinada con aberturas sujetos a cargas fuera del plano. *Concreto y Cemento. Investigación y Desarrollo*, vol. 7núm. 1, 52.

Zhang X., Singh S., Bull D. K., y Cooke N. 2001. Out-of-plane performance of reinforced masonry walls with openings. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 127(1): 51-57.

## 7 Apéndice A

En esta sección se presenta la deducción de la ecuación utilizada para aplicar el método de líneas de fluencia en este trabajo. Para el desarrollo se considera un muro con relación de aspecto mayor que uno y posteriormente se toma el caso general.

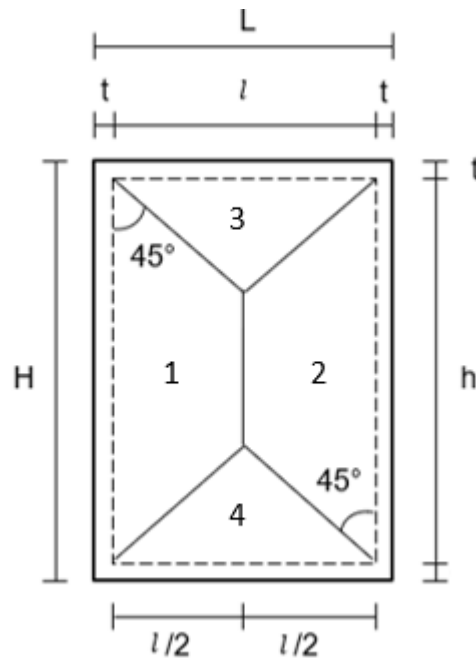


Figura 7.1. Patrón de agrietamiento idealizado

Se consideró un patrón de agrietamiento idealizado como el que se observa la Figura 7.1. Como se muestra en la Figura 7.1, se consideraron 4 regiones. Se calculó el trabajo externo realizado por las cargas fuera del plano sobre cada una de estas como el producto de la resultante de dichas cargas por el desplazamiento producido en el centroide de cada una de las regiones. El trabajo externo está dado por

$$W_{ext} = Aw\delta$$



Donde  $A$  es el área de la región considerada,  $W$  es la carga fuera del plano y  $\delta$  es el desplazamiento fuera del plano del centroide de la región. Dividiendo la región 1 en dos triángulos y un rectángulo se tiene:

$$W_{ext1} = (2) \frac{L^2}{8} w \left( \frac{L}{6} \right) \theta + (H - L) \left( \frac{L}{2} \right) w \left( \frac{L}{4} \right) \theta$$

Donde el primer sumando considera la aportación de los dos triángulos y el segundo sumando considera la aportación del rectángulo y  $\theta$  es la rotación generada en los segmentos del muro. Simplificando se tiene:

$$W_{ext1} = \left[ H - \frac{2}{3}L \right] \left( \frac{L^2}{8} \right) \theta w$$

Que resulta ser el mismo trabajo externo generado sobre la región 2. Por otro lado, para la región 3 se tiene:

$$W_{ext3} = \left( \frac{L^2}{4} \right) w \left( \frac{\theta L}{6} \right)$$

El trabajo externo total está dado por la expresión:

$$W_{ext} = W_{ext1} + W_{ext2} + W_{ext3} + W_{ext4}$$

$$W_{ext} = \left[ \frac{L^2}{4} \left( H - \frac{2}{3}L \right) + \frac{L^3}{12} \right] w \theta$$

Por otro lado, el trabajo interno se calcula como el producto de los momentos internos en las líneas de fluencia por las rotaciones en dichas líneas. Se consideraron tanto los momentos positivos como los momentos negativos. El trabajo interno total está dado por:

$$W_{int} = 4(M_{pa}H + M_{pe}L)$$

Donde  $M_{pa}$  y  $M_{pe}$  son los momentos resistentes de la mampostería en las direcciones paralela y perpendicular a las juntas, respectivamente. Dichos momentos se obtienen a partir de las resistencias a tensión por flexión paralela y perpendicular a las juntas de la mampostería con las siguientes expresiones:

$$M_{pe} = (f_{tpe} + \sigma) \frac{t^2}{6}$$

$$M_{pa} = f_{tpa} \frac{t^2}{6}$$

Finalmente, igualando el trabajo externo y el trabajo interno se obtiene la expresión para calcular la resistencia fuera del plano.

$$w = 48 \frac{M_{pa} H + M_{pe} L}{3 L^2 H - L^3}$$

En este trabajo se aplicó el método a muros con relación de aspecto menor o igual que uno y a muros con relación de aspecto mayor que uno. De manera general la expresión para aplicar el método de líneas de fluencia es:

$$w_{LF} = 48 \frac{M_{pa} H + M_{pe} L}{3 a^2 b - a^3}$$

En donde:

$$a = \min[H, L]$$

$$b = \max[H, L]$$