



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN

FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIDAD DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“ESTIMACIÓN DE LA DBO, NITRÓGENO Y FÓSFORO EN
UN SISTEMA DE HUMEDALES ARTIFICIALES HÍBRIDOS
PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES
DOMÉSTICAS”**

TESIS

PRESENTADA POR:

I.A CRISTINA ARGELIA BARREIRO

LIZARRAGA

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRA EN INGENIERÍA

OPCIÓN AMBIENTAL

MÉRIDA, YUCATÁN, MÉXICO

Aunque este trabajo hubiere servido para el Examen de Grado y hubiera sido aprobado por el sínodo, sólo el autor es responsable de las doctrinas emitidas en él.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT, por la beca que me fue otorgada durante la realización de mis estudios de Maestría.

RESUMEN

El vertido de las aguas residuales al medio natural está contribuyendo a incrementar el deterioro de la calidad de las aguas superficiales y subsuperficiales, reduciendo su utilidad. En el Estado de Yucatán, el subsuelo se encuentra conformado por rocas calcáreas dando lugar a fracturas y fisuras, asimismo, la baja profundidad y la falta de suelo favorecen el rápido acceso de contaminantes al acuífero, haciéndolo extremadamente vulnerable. En la ciudad de Mérida, capital del Estado, únicamente el 10% de las viviendas cuenta con un sistema de tratamiento pertinente. Por lo tanto, para garantizar en un futuro la seguridad hídrica de la población, es necesario el desarrollo e implementación de sistemas de tratamiento adecuados para las características de la región. Los humedales artificiales han sido utilizados con éxito para aguas residuales de tipo doméstico. A medida que la popularidad del uso de estos sistemas ha aumentado, también lo ha hecho el interés en modelar los procesos que ocurren dentro de éstos. Mediante la lógica difusa, debido a su cercanía con la percepción y el razonamiento humano, así como a su manejo intuitivo y simple, complejos problemas ambientales relacionados con el agua pueden abordarse fácilmente. En el presente estudio se propuso desarrollar un modelo basado en el Sistema de Inferencia Difusa (SID) que prediga la concentración de salida de la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO_5), Nitrógeno Total (NT) y Fósforo Total (PT) en un sistema de humedales artificiales híbridos de flujo subsuperficial para el tratamiento de aguas residuales domésticas. En primer lugar, se evaluaron por medio del método estadístico de Análisis Multivariado diversas variables de entrada para determinar cuáles poseían una relación estadísticamente significativa con las variables de salida (DBO_5 , NT y PT), obteniendo como resultado los parámetros: DBO_5 , Demanda Química de Oxígeno (DQO), Nitrógeno Total Kjeldahl (NTK), Nitrógeno Amoniacal (NH_4) y PT. En general, los modelos de lógica difusa basados en el método de SID demostraron ser una herramienta eficiente para la estimación de la remoción de DBO_5 , NT y PT

en los sistemas de humedales artificiales híbridos estudiados, arrojando los modelos con el mejor desempeño valores de R^2 iguales a: 0.91876 y 0.88802 para la calibración y validación, respectivamente, para la variable de salida DBO_5 ; 0.9859 y 0.8791 para la calibración y validación, respectivamente, para la variable de salida NT; y 0.9804 y 0.8150 para la calibración y validación, respectivamente, para la variable de salida PT.

ABSTRACT

The discharge of wastewater into the natural environment increasingly contributes to the deterioration of the quality of surface and subsurface waters. In the State of Yucatan, the subsoil is formed by calcareous rocks that originate fractures and fissures. Additionally, the low depth and lack of soil favor the rapid access of pollutants to the aquifer, making it extremely vulnerable. In the City of Merida, the State Capital, only 10% of households have a proper wastewater treatment system. Therefore, in order to guarantee water safety for the population in the future, it is necessary to develop and implement wastewater treatment systems suitable for the characteristics of the region. In this sense, constructed wetlands have been successfully applied for the treatment of domestic wastewater. As the popularity of these systems increased, so did the interest in modeling the processes that occur within them. Through Fuzzy Logic, due to its closeness to human perception and reasoning, as well as to its intuitive and simple management, complex environmental problems related to wastewater can be easily addressed. The objective of the present study was to develop a model based on a Fuzzy Inference System (FIS) that predicts the output concentration of Biochemical Oxygen Demand (BOD_5), Total Nitrogen (TN) and Total Phosphorous (TP) in a hybrid constructed wetlands system for the treatment of domestic wastewater. First, different input variables were evaluated by means of Multivariate Analysis to determine those who had a statistically significant relationship with the output variables (BOD_5 , NT and PT). The results obtained showed these parameters to be: BOD_5 , Chemical Oxygen Demand of (COD), Total Kjeldahl Nitrogen (TKN), Ammoniacal Nitrogen (NH_4) and PT. In general, fuzzy logic models based on the FIS method proved to be an efficient tool for estimating the removal of BOD_5 , TN and TP in the hybrid constructed wetlands system studied. The models with the best performance yielded R^2 values equal to: 0.91876 and 0.88802 for calibration and validation, respectively, for the output variable BOD_5 ; 0.9859 and 0.8791 for calibration and validation, respectively, for the output variable TN; and 0.9804 and 0.8150 for the calibration and validation, respectively, for the output variable TP.

CONTENIDO

CAPITULO I	1
INTRODUCCIÓN	1
1.1 OBJETIVOS	3
1.1.1 OBJETIVO GENERAL	3
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
CAPITULO II	4
MARCO TEÓRICO	4
2.1 Humedales artificiales	5
2.1.1 Clasificación de los humedales artificiales	6
2.1.2 Procesos de remoción de los humedales	10
2.2 Lógica difusa	12
2.2.1 Conceptos y aplicaciones	13
2.2.2 Sistema de Inferencia Difusa (SID).....	16
2.2.3 Aplicaciones de la Lógica Difusa (Estado del Arte)	21
CAPÍTULO III	25
METODOLOGÍA	25
3.1 Sistema de humedales artificiales híbridos estudiado	25
3.1.1 Recopilación de datos.....	26
3.2 Análisis Estadísticos de Correlación	27
3.2.1 Análisis Multivariante (AM)	27
3.3 Desarrollo del modelo de SID	28
3.3.1 Implementación del modelo de SID	28
3.3.2 Calibración, validación y evaluación de los resultados del modelo de SID29	
CAPITULO IV	31

RESULTADOS.....	31
4.1 Análisis Estadísticos de AM.....	31
4.1.1 Resultados obtenidos para la DBO ₅ de salida	31
4.1.2 Resultados obtenidos para el NT de salida	32
4.1.3 Resultados obtenidos para el PT de salida.....	33
4.2 Desarrollo del modelo de SID.....	34
4.2.1 Implementación, calibración y validación del modelo de SID para la variable de salida DBO ₅	35
4.2.2 Implementación, calibración y validación del modelo de SID para la variable de salida NT	40
4.2.3 Implementación, calibración y validación del modelo de SID para la variable de salida PT	45
CAPITULO V.....	50
CONCLUSIONES	50
5.1 Recomendaciones.....	51
CAPITULO VI.....	52
REFERENCIAS.....	52

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de los distintos tipos de humedales artificiales (adaptado de Fonder y Headley, 2010)	9
Tabla 2. Resultados del AM para la variable dependiente de salida DBO ₅	32
Tabla 3. Resultados del AM para las variables dependientes de salida NTK, NH ₄ y NO ₃	33
Tabla 4. Resultados del AM para las variables dependientes de salida PT.	34
Tabla 5. Resultados de la calibración y validación para determinar el número óptimo de FM para la variable de salida DBO ₅	36

Tabla 6. Resultados de la calibración y validación para determinar el tipo óptimo de FM por entrada para la variable de salida DBO ₅	37
Tabla 7. Resultados de la calibración y validación de los 4 modelos de SID implementados para la variable de salida DBO ₅	38
Tabla 8. Resultados de la calibración y validación para determinar el número óptimo de FM para la variable de salida NT.....	41
Tabla 9. Resultados de la calibración y validación para determinar el tipo óptimo de FM por entrada para la variable de salida NT.	42
Tabla 10. Resultados de la calibración y validación de los 5 modelos de SID implementados para la variable de salida NT.....	43
Tabla 11. Resultados de la calibración y validación para determinar el número óptimo de FM para la variable de salida PT.	46
Tabla 12. Resultados de la calibración y validación para determinar el tipo óptimo de FM por entrada para la variable de salida PT.....	47
Tabla 13. Resultados de la calibración y validación de los 4 modelos de SID implementados para la variable de salida PT.....	47

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Esquema de un humedal artificial a) de flujo superficial, b) de flujo subsuperficial horizontal y c) de flujo subsuperficial vertical (Pedescoll, 2010).....	8
Figura 2. Funciones de membresía para las temperaturas en un invernadero y grados de pertenencia para T = 29°C (Guzmán y Castaño, 2006).	14
Figura 3. Ejemplos de funciones de membresía a) triangular, b) trapezoidal, c) gaussiana, d) "S" y e) Singleton (Maguiña, 2010).	15
Figura 4. Arquitectura básica de un SID (Maguiña, 2010).....	17
Figura 5. Sistema tipo Mamdani (Maguiña, 2010).....	19
Figura 6. Sistema tipo TSK (Maguiña, 2010).....	20
Figura 7. Diagrama del sistema de humedales artificiales híbridos (Hernández, 2019).....	26

Figura 8. Diagrama de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4 para la variable de salida DBO_5 (E: Entrada, S: Salida).....	35
Figura 9. Comparación entre los valores medidos y los valores predichos para la variable de salida DBO_5 posterior a la calibración y validación de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4.	39
Figura 10. Diagrama de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3, d) SID 4 y e) SID 5 para la variable de salida NT (E: Entrada, S: Salida).	40
Figura 11. Comparación entre los valores medidos y los valores predichos para la variable de salida NT posterior a la calibración y validación de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3, d) SID 4 y e) SID 5.	43
Figura 12. Diagrama de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4 para la variable de salida PT (E: Entrada, S: Salida).	45
Figura 13. Comparación entre los valores medidos y los valores predichos para la variable de salida PT posterior a la calibración y validación de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4.	48

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

El agua es uno de los recursos naturales que forma parte del desarrollo de cualquier país; es el compuesto químico más abundante del planeta y resulta indispensable para el desarrollo de la vida. Su disponibilidad se ve reducida paulatinamente debido a su contaminación por diversos medios, lo cual representa un desequilibrio ambiental, económico y social (Esponda, 2001). El vertido de aguas residuales al medio natural está contribuyendo a incrementar el deterioro de la calidad de las aguas superficiales y subsuperficiales, reduciendo su utilidad para usos posteriores y empeorando la salud del ecosistema y la comunidad biológica (Connor et al., 2017).

En el Estado de Yucatán, el subsuelo se encuentra conformado por rocas calcáreas que dan lugar a fracturas y fisuras por donde se filtra rápidamente el agua, por lo que carece de corrientes superficiales. Asimismo, la baja profundidad de los niveles freáticos y la falta de suelo favorecen el rápido acceso de contaminantes al acuífero, haciéndolo extremadamente vulnerable (Pérez y Pacheco, 2004; Villasuso y Méndez, 2000). Por consiguiente, la mejor práctica es proteger este recurso de la contaminación, ya que la descontaminación de un acuífero suele ser un proceso muy largo, costoso y a veces prácticamente irreversible o irrealizable (Pérez y Pacheco, 2004)

En la ciudad de Mérida, capital del Estado, únicamente el 10% de las viviendas cuenta con un sistema de tratamiento pertinente, por lo que la mayor parte de las aguas residuales domésticas están siendo descargadas al acuífero principalmente a través de sumideros y fosas sépticas (en el manto salino) (SEDUMA, 2010). Por lo tanto, para garantizar en un futuro la seguridad hídrica de la población, es necesario el desarrollo e implementación de sistemas de tratamiento adecuados

para las características de la región, capaces de mitigar la contaminación que la descarga sin tratamiento de las aguas residuales domésticas ocasiona al acuífero.

Aunque existen diversas tecnologías para el tratamiento de las aguas residuales, se tiene el inconveniente de que son costosos y poco accesibles; por ello, se busca encontrar alternativas de tratamiento de aguas residuales amigables con el medio ambiente, tratando de imitar los procesos de la naturaleza, tal es el caso de los humedales artificiales.

Los humedales artificiales han sido utilizados con éxito para aguas residuales de tipo doméstico (Fenoglio, 2000). Son sistemas que simulan una zona de transición entre el ambiente terrestre y el acuático, pero que son construidos específicamente para el tratamiento de aguas residuales bajo condiciones controladas de ubicación, dimensionamiento y capacidad de tratamiento (Gerba et al., 1999). Entre las ventajas de este sistema se encuentra el bajo costo de instalación y mantenimiento, comparado con sistemas físicos, químicos y biológicos convencionales, así como la generación de un paisaje agradable. Son una tecnología efectiva y segura para el tratamiento y recirculación del agua si se mantienen y operan adecuadamente (Miranda, 2000).

A medida que la popularidad del uso de los sistemas de humedales artificiales ha aumentado, también lo ha hecho el interés en modelar los procesos que ocurren dentro de éstos, con el objetivo de predecir su rendimiento de remoción y mejorar su diseño y operación, para una mejor planeación antes de llevar a cabo su construcción de manera física. Se han desarrollado varios tipos de modelos, de diferente complejidad, para simular los procesos de degradación de la materia orgánica y los ciclos de nutrientes en los humedales. Cada tipo de modelo tiene sus propias ventajas y limitaciones con respecto a sus requisitos y su potencial para simular los diversos procesos (Kotti et al., 2013).

En los últimos años, han surgido metodologías alternativas de inteligencia artificial como, por ejemplo, la lógica difusa, cuyo objetivo es reducir la incertidumbre y la imprecisión en los criterios empleados en las herramientas de toma de decisiones (Chang et al., 2001; McKone y Deshpande, 2005; Ocampo-Duque et al., 2006). Su

éxito se debe principalmente a su cercanía con la percepción y el razonamiento humano, así como a su manejo intuitivo y simplicidad, que son factores importantes para el manejo de datos imprecisos. Debido a estas ventajas, complejos problemas ambientales relacionados con el agua pueden abordarse fácilmente con la lógica difusa (Kotti et al., 2013). En particular, el Sistema de Inferencia Difusa (SID), es un método de lógica difusa que define una base de reglas del tipo "Si X y Y ENTONCES Z" para solucionar el problema en lugar de tratar de modelarlo matemáticamente. Este sistema proporciona una forma sencilla de llegar a una conclusión definitiva basada en una información de entrada que puede ser imprecisa, ruidosa o ambigua (Mejía et al., 2014).

El presente estudio propuso desarrollar un modelo basado en el SID que prediga la concentración de salida de la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO_5) y nutrientes (nitrógeno, N y fósforo, P) en un sistema de humedales artificiales híbridos de flujo subsuperficial, y evaluar su rendimiento.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GENERAL

Estimar la concentración de salida de DBO_5 y nutrientes (N y P) en un sistema de humedales artificiales híbridos utilizando lógica difusa.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Evaluar los parámetros de entrada que influyen en la concentración de salida de DBO_5 y nutrientes (N y P) en el sistema de humedales artificiales híbridos.
- Desarrollar un modelo de lógica difusa basado en el método de SID para estimar la concentración de salida de DBO_5 y nutrientes (N y P) en el sistema de humedales artificiales híbridos.
- Evaluar el desempeño del método SID para la estimación de la concentración de salida de DBO_5 y nutrientes (N y P) en el sistema de humedales artificiales híbridos.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

El agua es un elemento vital para toda especie animal, vegetal y seres humanos. Aproximadamente el 70% de la composición de la materia viva es agua. En los seres humanos, del 50 al 70% del peso de una persona es agua, es tan importante que no existe ningún tejido del organismo que no la contenga. Por consiguiente, la mayoría de la vida que se conoce en este planeta no existiría sin este recurso, sin embargo, la manera en que el ser humano ha hecho uso de este valioso recurso, ha causado un efecto nocivo en el ambiente y, aunque el planeta tiene la capacidad de purificar el agua, el grado de contaminación es tal que ya no es suficiente (Hui Li et al., 2017).

En el 2010, la Organización de las Naciones Unidas publicó como resolución el derecho humano al agua y al saneamiento. En esta resolución, se menciona que hay más de 2,600 millones de personas que no tienen acceso a saneamiento básico (Nivala et al., 2013; Zurita-Martínez et al., 2011). Existen diferentes métodos convencionales de tratamientos de aguas residuales, sin embargo, la mayoría generan altos costos tanto de instalación como de mantenimiento, además de requerir de personas altamente calificadas para su correcta operación. Por estas razones, se busca tomar medidas alternativas para que las personas que carezcan de este derecho puedan acceder a él.

Los humedales artificiales son una excelente alternativa si se dispone de suficiente terreno, ya que sus principios se basan en imitar los procesos de la naturaleza. Los costos de instalación, operación y mantenimiento van muy por debajo de los costos de métodos convencionales, ya que no requieren de energía eléctrica, además de ser estéticamente agradables (Nivala et al., 2013; Zurita-Martínez et al., 2011).

2.1 Humedales artificiales

Los humedales artificiales son sistemas de tratamiento de aguas residuales que emulan los fenómenos que ocurren espontáneamente en la naturaleza, producen efluentes de buena calidad, al mismo tiempo que presentan bajos costos de operación y mantenimiento y no requieren de personal altamente capacitado para su operación. Estos sistemas están basados en la fitodepuración, (Fito = planta, depuración = limpiar, purificar) de las aguas residuales por medio de complejos procesos físicos, químicos y biológicos (Tejeda et al., 2017).

Su funcionamiento se fundamenta en tres principios básicos: i) en la actividad bioquímica de microorganismos, ii) el aporte de oxígeno a través de las diferentes especies de plantas durante el día y iii) el apoyo físico de un lecho inerte que sirve como soporte para el enraizamiento de las plantas, además de servir como material filtrante (Tejeda et al., 2017).

Por otro lado, Fonder y Headley (2010) definen a los humedales artificiales como aquellos sistemas diseñados por el hombre para mejorar y optimizar ciertos procesos físicos y bioquímicos que ocurren en los ecosistemas de los humedales naturales, con el objetivo principal de eliminar contaminantes en las aguas, atribuyéndoles las siguientes características comunes:

1. La presencia de plantas macrófitas.
2. La existencia de sustrato saturado o anegado (al menos durante una parte del tiempo).
3. La entrada de un caudal influente de agua contaminada con constituyentes a remover.

Como se mencionó anteriormente, los humedales artificiales se caracterizan por ser una tecnología de fácil operación y por tener costos relativamente bajos de instalación, gestión y mantenimiento. Asimismo, presentan una alta tolerancia a cambios en los caudales y las cargas contaminantes de entrada. Por el contrario, requieren una superficie de instalación mayor en comparación con otras técnicas de tratamiento como, por ejemplo, los lodos activados (Langergraber, 2008).

2.1.1 Clasificación de los humedales artificiales

Existen distintos tipos de humedales artificiales, los cuales se pueden clasificar en función de diversos factores.

Según el tipo de macrófitas (plantas acuáticas) que empleen en su funcionamiento, los humedales artificiales pueden ser clasificados en: basados en macrófitas fijas al sustrato (enraizadas) o basados en macrófitas flotantes libres. Más a detalle, considerando la forma de vida de las macrófitas, éstos pueden ser clasificados en (Delgadillo et. al., 2010):

- Humedales artificiales basados en macrófitas de hojas libres.
- Humedales artificiales basados en macrófitas de hojas enraizadas.
- Humedales artificiales basados en macrófitas sumergidas.
- Humedales artificiales basados en macrófitas enraizadas emergentes.

En particular, los humedales basados en macrófitas enraizadas emergentes son los que más comúnmente se utilizan. Éstos pueden clasificarse, de acuerdo a la circulación del agua que se emplee, en (Delgadillo et. al., 2010):

- Humedales artificiales de flujo superficial, si el agua circula en forma superficial por entre los tallos de las macrófitas.
- Humedales artificiales de flujo subsuperficial, si el agua circula por debajo de la superficie del estrato del humedal.

A pesar de que los humedales de flujo superficial ofrecen un buen desempeño independientemente del tipo de clima en el que se encuentren, en los climas cálidos los problemas asociados a la presencia de malos olores y en especial a la presencia de insectos vectores como los mosquitos, causantes de numerosas enfermedades, desalientan grandemente el uso de este tipo de sistemas (Kivaisi, 2001; Kadlec y Wallace, 2009).

Los humedales artificiales de flujo subsuperficial, como se mencionó anteriormente, se caracterizan por que la circulación del agua en los mismos se realiza por debajo de la superficie del medio granular (sustrato), normalmente con una profundidad de agua cercana a los 0.6 m. La vegetación se planta en este medio granular y el agua

está en contacto con los rizomas y las raíces de las plantas. Los humedales de flujo subsuperficial pueden a su vez subdividirse, según la forma de aplicación de agua al sistema, en dos tipos (Delgadillo et al., 2010):

- Humedales de flujo subsuperficial horizontal
- Humedales de flujo subsuperficial vertical.

Por su parte, los humedales horizontales son especialmente eficientes en la degradación de materia orgánica. Sin embargo, debido a una limitada capacidad de transferencia de oxígeno, en este tipo de sistemas no es posible alcanzar un efluente completamente nitrificado. Por su parte, los humedales verticales representan una alternativa interesante, al ser capaces de proveer buenas condiciones para que se lleve a cabo la nitrificación. No obstante, en estos sistemas no existe las condiciones necesarias que den lugar a la denitrificación (Vymazal, 2005). Todas estas diferencias dan lugar a distintas especificidades en los procesos físicos, químicos y biológicos que tienen lugar en cada tipo de humedales artificiales, lo cual se traduce en distintas eficiencias de tratamiento.

En la Figura 1 se presenta el esquema de un humedal artificial de flujo superficial y de flujo subsuperficial tanto horizontal como vertical.

Por otro lado, según el grado de saturación del sustrato utilizado, los humedales artificiales se pueden dividir en: de drenaje libre, intermitente o constante. Asimismo, según el tipo de inundación en: ninguna, efímera o permanente (Fonder y Headley, 2010). Esta clasificación, que está basada en el comportamiento hidráulico del sistema, se complementa con la especificación del resto de características de los humedales artificiales, tales como el tipo de vegetación o el modo de operación de los sistemas (Vymazal, 2001).

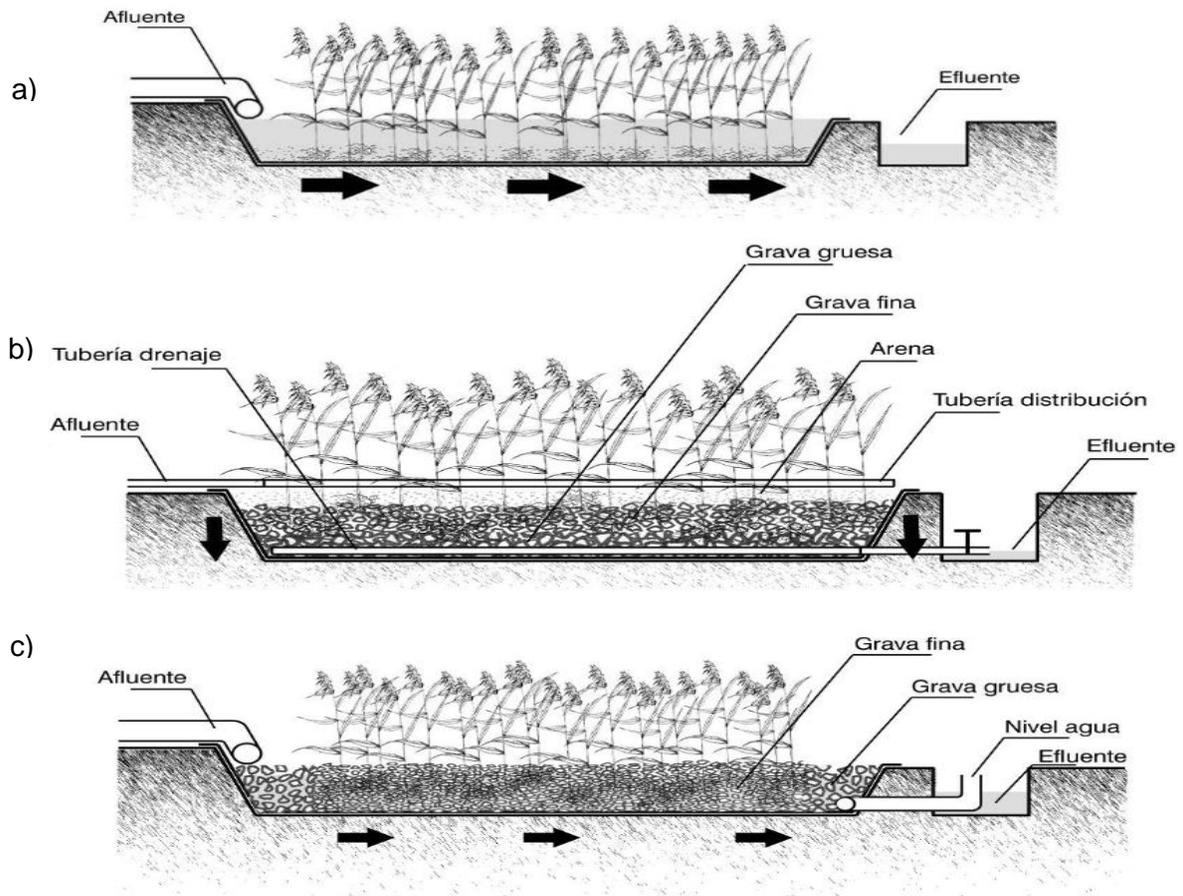


Figura 1. Esquema de un humedal artificial a) de flujo superficial, b) de flujo subsuperficial horizontal y c) de flujo subsuperficial vertical (Pedescoll, 2010)

En la Tabla 1 se muestra la clasificación propuesta por Fonder y Headley (2010), la cual se establece en función de la hidrología, la vegetación, la posición del agua, la dirección del flujo, el grado de saturación, el tipo de inundación de la superficie, la localización de las raíces y la forma de crecimiento de la vegetación.

Tabla 1. Clasificación de los distintos tipos de humedales artificiales (adaptado de Fonder y Headley, 2010)

Atributo físico	Aspecto específico	Descripción	Categorías definidas para cada aspecto
Vegetación	Sesilidad	Localización de las raíces: fijas en los sedimentos o flotando	Sésil Flotante Emergente
	Forma de crecimiento	Forma de crecimiento dominante según la posición respecto al agua	Sumergido Con hojas flotantes Flotantes libres
Hidrología	Posición del agua	Posición de la superficie del agua respecto al suelo o sustrato	Flujo superficial Flujo subsuperficial
	Dirección del flujo	Dirección predominante del flujo a través del sistema	Horizontal Vertical
	Saturación del medio	Grado de saturación del medio	Drenaje libre Intermitente Constante
	Inundación de la superficie	Tipo de inundación del medio	Ninguna Efímera Permanente

La combinación de distintos tipos de humedales artificiales en el tratamiento de una misma corriente influente permite alcanzar rendimientos de depuración más elevados (Delgadillo et al., 2010). Por consiguiente, el uso de sistemas de

humedales híbridos surge como una alternativa interesante que permite combinar las ventajas, especialmente, de los humedales horizontales y verticales de flujo subsuperficial.

Uno de los métodos más efectivos consiste en utilizar un humedal horizontal de flujo subsuperficial seguido de un humedal vertical de flujo subsuperficial, que permita la recirculación del efluente del humedal horizontal hacia el vertical, produciendo un efluente final bajo en materia orgánica y completamente nitrificado (Vymazal, 2005; Cui et al., 2006; Belmont et al., 2004). Su disposición dependerá de los objetivos del tratamiento, de las características del agua a tratar, de las condiciones de operación y de la disponibilidad económica. Para mejorar aún más la calidad del agua, o cuando se quieren obtener resultados de calidad específicos y hacer los sistemas más efectivos, también es posible implementar procesos de recirculación del agua tratada en diferentes puntos de los sistemas (Arias et al., 2017).

En el presente estudio se utilizaron humedales artificiales híbridos, formados cada uno por un humedal de flujo horizontal subsuperficial y un humedal de flujo vertical subsuperficial, con drenaje intermitente e inundación permanente en la superficie. En cuanto a la vegetación, plantas sésiles, es decir, fijas al sedimento y de crecimiento sumergido correspondiente a la posición dominante con respecto al agua.

2.1.2 Procesos de remoción de los humedales

A continuación, se describen brevemente los procesos de remoción de contaminantes que ocurren dentro de los humedales artificiales que son de interés para este estudio.

- **Materia orgánica**

La principal vía de eliminación de materia orgánica acumulada en un humedal es la descomposición, es decir, la transformación de moléculas orgánicas complejas a constituyentes orgánicos e inorgánicos simples. Los compuestos del carbono interactúan con el ecosistema del humedal. Muchos procesos internos en el humedal son alimentados por el carbono proporcionado por el agua residual

entrante y por el carbono formado de los procesos de descomposición, son rápidamente utilizados en los procesos que se dan dentro del humedal (García Robles 2007; Kadlec y Wallace, 2009; Hernández, 2019). El crecimiento de las plantas en el humedal requiere de dióxido de carbono para la fotosíntesis. A su vez, la variedad de organismos libera el dióxido de carbono producto de la respiración. En términos de tratamiento se esperan buenas reducciones de la materia orgánica en estos sistemas (Kadlec y Wallace, 2009; Hernández, 2019). Diversos factores intervienen en la eficiencia de remoción de materia orgánica, por mencionar algunos de ellos, la configuración del humedal, la temperatura y los cambios de estaciones durante el año, área y profundidad del humedal, vegetación, composición del agua residual, entre otros (Hernández, 2019).

- Nitrógeno

Los compuestos del nitrógeno que entran por medio del agua residual pueden provocar eutrofización al ser vertida a un medio receptor, si no es tratada adecuadamente afectando el contenido de oxígeno de dichos cuerpos, provocando toxicidad para organismos acuáticos. Estos compuestos a su vez aumentan el crecimiento de plantas, lo cual estimula los ciclos biogeoquímicos dentro de un humedal (Kadlec y Wallace, 2009; Hernández 2019). El nitrógeno orgánico que entra en un humedal está típicamente asociado con materia particulada como sólidos orgánicos del agua residual y por tanto se elimina mediante filtración. Mucho de este nitrógeno orgánico sufre descomposición o mineralización y descarga entonces nitrógeno en forma amoniacal al agua, el cual puede ser estable bajo ciertas condiciones y puede ser absorbido por el medio granular. El nitrógeno también precipita y se acumula tanto en el suelo como en sedimentos. Las plantas juegan un papel importante pues asimilan este nutriente para su crecimiento (Birk, 2003; Hernández, 2019).

- Fósforo

Los humedales artificiales son capaces de remover fósforo a corto y largo plazo. El fósforo es un nutriente requerido para el crecimiento de las plantas. Cuando un

humedal, natural o artificial, recibe cantidades adicionales de fósforo por agua residual que ingresa al sistema, responde reajustando su estructura, el almacenamiento y el crecimiento de su vegetación. Si este nuevo suministro de nutrientes es variable en el tiempo, un ecosistema maduro de humedales no cambiará en carácter ni función. Sin embargo, ya que las aguas residuales suponen concentraciones de fósforo mayores a las naturales, el sistema deberá recibir un período de adaptación para aceptar estos nuevos nutrientes (Kadlec y Wallace, 2009; Hernández, 2019). En la eliminación del fósforo del agua residual intervienen varios componentes, como las plantas, la microbiota, el sustrato y las raíces de las plantas. La remoción del fósforo en los humedales artificiales es eficiente en un período corto hasta que el medio se satura. Sin embargo, a largo plazo los procesos son más limitados y se reducen a la asimilación por parte de las plantas y la biomasa (Rozema et al., 2016; Hernández, 2019).

2.2 Lógica difusa

En los últimos años, han surgido varias técnicas inteligentes tales como la lógica difusa, redes neuronales, algoritmos genéticos y razonamiento probabilístico, las cuales se han agrupado bajo el nombre de “computación suave” o *soft computing*. Este nombre es usado para diferenciarla de la computación “dura” (*hard*) o tradicional. En palabras de Lotfi Zadeh, reconocido experto mundial en la materia, “es la antítesis de la computación actual, asociada con la rigidez, la fragilidad, la inflexibilidad y la estupidez. Los métodos de la computación dura no proveen de suficientes capacidades para desarrollar e implementar sistemas inteligentes” (Maguiña, 2010; Moriello, 2002).

La lógica difusa es una generalización de la lógica tradicional, pues las variables no asumen únicamente dos valores antagónicos (uno-cero, negativo-positivo), sino que hay una graduación: muy negativo, medio negativo, poco negativo, aproximadamente cero, poco positivo, medio positivo, muy positivo. El adjetivo “difuso” se debe a que los valores de verdad no-deterministas utilizados en ella tienen, por lo general, una connotación de incertidumbre (Morales-Luna, 2002). Esto permite incorporar a la computadora esquemas de pensamiento típicamente

humanos, haciendo posible expresar en términos lingüísticos el conocimiento de uno o varios expertos en un dominio dado; este conocimiento puede ser aprovechado en la computadora a través de algoritmos adecuados. La lógica difusa procura crear aproximaciones matemáticas en la resolución de ciertos tipos de problemas produciendo resultados exactos a partir de datos imprecisos (Maguiña, 2010; Morales-Luna, 2002).

2.2.1 Conceptos y aplicaciones

En lógica difusa se parte del hecho de que conceptos como alto, bajo, ruidoso, dulce, caro, amargo, barato, delgado, etc. son percibidos de manera diferente por cada persona. Por ejemplo, para una persona de Alaska el concepto de “caliente” puede referirse a una temperatura por encima de los 10°C, mientras que, para un mexicano, “caliente” podría encontrarse arriba de los 30°C, o en un proceso de fundición “caliente” es arriba de 300°C (Guzmán y Castaño, 2006).

Como primer paso para la solución de cualquier problema usando la lógica difusa, se encuentra la clasificación correcta de los conjuntos difusos que puede haber en el proceso. Un *conjunto difuso* se refiere a un conjunto con límites borrosos o “no muy bien” definidos. Siguiendo el ejemplo de la temperatura mencionado anteriormente, ejemplos de conjuntos difusos serían “caliente”, “tibio” y “frío” (Guzmán y Castaño, 2006).

Una vez clasificados los conjuntos difusos, se les asignarán valores, los valores que se les asociarán tienen necesariamente que estar relacionados con el contexto del problema. Esto se hace tomando en cuenta la experiencia del operador. Usando la lógica difusa, se les asigna a las mediciones un porcentaje de pertenencia al conjunto. Este último concepto es llamado *grado de membresía*, que puede tomar valores de 0 a 1, donde 1 representa pertenencia total al conjunto y 0 ninguna pertenencia al conjunto. De esta manera, al igual como razonamos los humanos, se pueden incluir en los conjuntos conceptos como: “está poco menos que “caliente”, “está demasiado frío”, “está medio tibio”, etc. (Guzmán y Castaño, 2006).

Posteriormente, se definen los nuevos intervalos de los conjuntos difusos, lo cual se denomina *función de membresía*. La forma de los intervalos se elige nuevamente

tomando en cuenta la experiencia del operador. A esta traducción de los valores del mundo real a la lógica difusa, a través de funciones de membresía, se le conoce como *fuzzyficación*. El grado de membresía asociado dependiendo de la función de membresía, es llamado *grado de pertenencia* (Guzmán y Castaño, 2006).

A manera de ilustración, en la Figura 2 se pueden apreciar los elementos que tomaron en cuenta Guzmán y Castaño (2006) para un caso práctico de control difuso de la temperatura en un invernadero. En el eje Y se encuentra el grado de membresía, que describe cuantitativamente la función de membresía, y en el eje X la temperatura del invernadero. El nombre asociado (“caliente”, “tibio” y “frío”) es también llamado *significancia lingüística* y describe cualitativamente la función de membresía. En la Figura 2 se puede observar que, para una medición de temperatura tomada como ejemplo igual a 29°C, se le asocia un grado de membresía tanto en “caliente” como en “tibio”. Lo anterior puede interpretarse como “29°C es una temperatura mucho más que tibia” o “29°C es prácticamente caliente”.

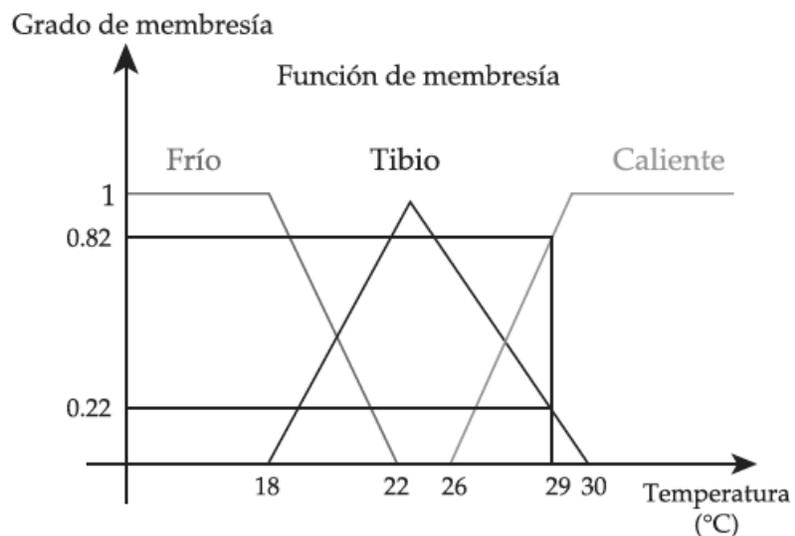


Figura 2. Funciones de membresía para las temperaturas en un invernadero y grados de pertenencia para $T = 29^{\circ}\text{C}$ (Guzmán y Castaño, 2006).

La forma de la función de membresía se debe elegir de acuerdo al problema que se desea resolver. Existen muchas formas diferentes, entre ellas triangular, gaussiana, trapezoidal, sigmoideal, etc. (Guzmán y Castaño, 2006). En la Figura 3, se muestran

algunas de las funciones más usadas para la caracterización (*fuzzyficación*) de conjuntos difusos en la lógica difusa (Maguiña, 2010).

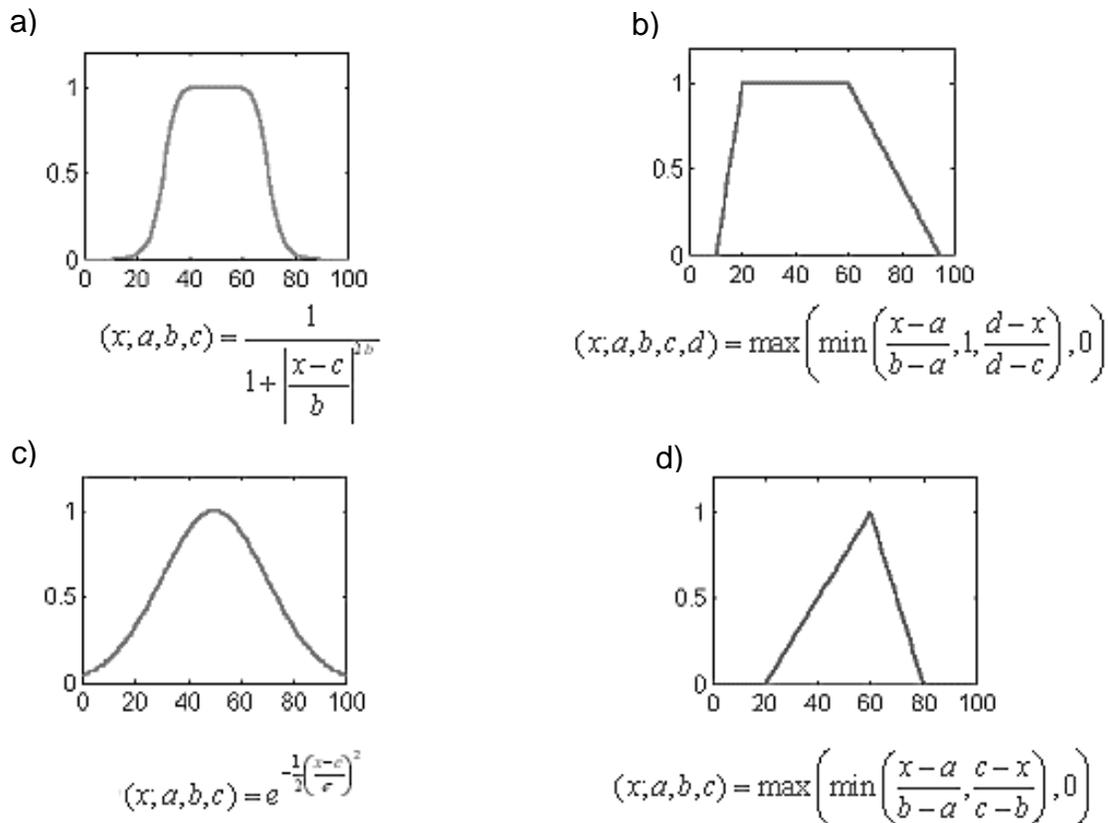


Figura 3. Ejemplos de funciones de membresía a) campana, b) trapezoidal, c) gaussiana y d) triangular (Modificado de Jang et. al., 1997)

A partir de la información establecida según los grados de membresía y pertenencia, se desea tomar decisiones, éstas dependerán muy particularmente del proceso que sea deseado controlar. A este paso en la lógica difusa se le conoce como *inferencia*. El experto en el proceso hace esta función siguiendo su lógica y experiencia (Maguiña, 2010). En el ejemplo mencionado anteriormente (controlar la temperatura de un invernadero), el operador por lógica y experiencia sabe que para una temperatura de 10°C es necesario abrir 3/4 partes la válvula y para una temperatura de 40°C hay que cerrar totalmente la válvula. Esta información del experto puede ser plasmada en forma de reglas escritas de la forma “Si X y Y... Entonces Z”, conocidas como *reglas difusas* (Guzmán y Castaño, 2006).

Para llevar a cabo el proceso de inferencia, para cada grado de pertenencia asociados a una medición se generarán conclusiones. Para esto, existen diversos métodos (Guzmán y Castaño, 2006):

- Método de truncamiento, que consiste en cortar la función de membresía, de tal forma que los valores mayores al grado de pertenencia asociado desaparezcan.
- Método de escalamiento, consiste en escalar la función de membresía en proporción con el grado de pertenencia.

Posteriormente, se genera la conclusión final combinando las conclusiones difusas entre los diferentes métodos antes mencionados. Finalmente, la conclusión final se *defuzzyfica*, es decir, se lleva nuevamente al mundo real. Para ello existen diversas técnicas (Guzmán y Castaño, 2006):

- Promedio de máximos, que consiste en calcular el promedio de todas las variables que tienen el mayor valor de grado de membresía.
- Método de centroide, que consiste en calcular el promedio ponderado de la salida.

Cabe mencionar que la selección del método de defuzzyficación será el que mejor se adapte a las necesidades y dinámicas del proceso. El correcto funcionamiento del sistema dependerá ampliamente del conocimiento de la dinámica del proceso y dicho conocimiento surge de la experiencia del operador humano. Debido a esto, los conceptos de la lógica difusa han encontrado gran campo de aplicación en sistemas cuyo comportamiento es difícil de predecir o modelar matemáticamente (Guzmán y Castaño, 2006).

2.2.2 Sistema de Inferencia Difusa (SID)

Los SID son sistemas expertos con razonamiento aproximado que mapean un vector de entradas a una salida única, basándose en la lógica difusa para efectuar ese mapeo. En la Figura 4 se muestra la arquitectura de un SID mostrando los módulos que lo conforman y la forma en que éstos se relacionan (Maguiña, 2010).

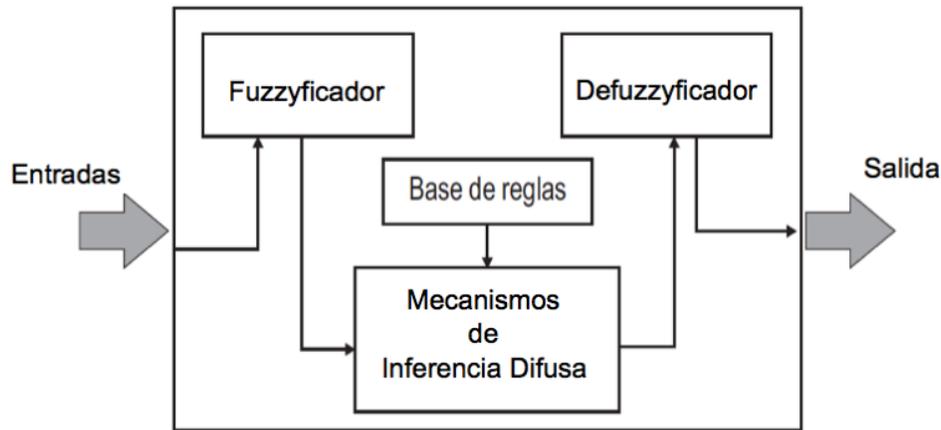


Figura 4. Arquitectura básica de un SID (Maguiña, 2010).

Durante la *fuzzyficación*, se lleva a cabo un proceso de conversión de datos medidos del mundo real a un valor lingüístico en el mundo de la lógica difusa, utilizando las funciones de membresía de las variables lingüísticas para calcular el grado de pertenencia (Bojorquez y Bojorquez, 2014). Teniendo los diferentes grados de pertenencia arrojados por el fuzzificador, éstos deben ser procesados para generar una salida difusa. La tarea del módulo de inferencia difusa es tomar los grados de pertenencia y generar la salida del sistema difuso apoyado en las bases de reglas difusas (Zadeh, 1965). Por último, en el módulo defuzzyficador se convierten los valores difusos de las variables de salida, que resultan del proceso de inferencia, en información precisa expresada mediante un valor nítido (Guzmán y Castaño, 2006).

Los mecanismos de inferencia representan el núcleo del SID, pues agrupan toda la lógica de inferencia difusa del sistema, del barrido de las reglas, la determinación de las reglas difusas, etc. La inferencia se basa en el paradigma *Modus Ponendo Ponens* Generalizado, el cual se puede interpretar como la transformación de los grados de pertenencia del lado izquierdo de las reglas a grados de posibilidad de los lados derechos de las mismas (Aja 2003). Cada regla tiene un grado de membresía que dependen del grado de pertenencia que guarde, del estado actual de las variables de entrada del sistema y la estructura de los antecedentes a cada regla (Díaz et al., 2009).

Los mecanismos de inferencia difusa utilizados con más frecuencia se basan en la arquitectura Mamdani y la arquitectura Takagi, Sugeno y Kang (TSK) las cuales se describen a continuación. Algunas de las ventajas que presenta la arquitectura Mamdani son su intuitividad, su adaptación a las entradas de la lógica o razonamiento humano y su amplio rango de aceptación. Por su parte, la arquitectura TSK es eficiente computacionalmente, se adapta fácilmente al análisis matemático, funciona muy bien con técnicas lineales o con técnicas de optimización y adaptación y tiene garantizado la continuidad de la respuesta de salida. (Fuzzy Logic Toolbox User's Guide, 2012).

Arquitectura Mamdani

La arquitectura Mamdani consiste en una serie de reglas SI-ENTONCES de la forma:

“SI X es... ENTONCES Z es...”

Ésta comprende dos fases básicas (Maguiña, 2010):

1. Cálculo de la parte “SI” de las reglas, en donde se evalúa el grado de pertenencia del lado izquierdo (L_i) de cada regla para los valores actuales de las variables de entrada. Si la regla evaluada es “ n ”, el grado de pertenencia será representado por $\mu_{L_i}(n)$.
2. Cálculo de la parte “ENTONCES” de las reglas, en donde a partir de la función de membresía se determina la conclusión de la regla y se le asigna a cada variable de salida el conjunto difuso (o significancia lingüística) correspondiente modificado según el grado de pertenencia representado por $\mu_{L_i}(n)$. La función de pertenencia del conjunto difuso modificado es especificada por $\mu_{L_d}(n)(v)$, donde “ n ” es la regla evaluada y “ v ” la variable de salida.

La modificación del conjunto difuso de salida en el grado de pertenencia dado por $\mu_{L_i}(n)$ se realiza mediante una *implicación difusa*, la cual se define a continuación.

Si se definen dos conjuntos difusos A y B en los universos de discurso U y V , respectivamente, una implicación difusa de A en B , $A \rightarrow B$, es una relación difusa en $U \times V$ que puede determinarse con (Maguiña, 2010):

- Implicación tipo Zadeh. Se implementa mediante el producto acotado. No se usa para aplicaciones de ingeniería.

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min \{1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)\}$$

- Implicación tipo Mamdani. El método de Mamdani es el más usado de las implicaciones difusas, y se implementa con el mínimo.

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

- Implicación tipo Larsen. Se implementa mediante el producto.

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x)\mu_B(y)$$

Aunque hay muchas implicaciones difusas, las de Mamdani y Larsen son las de más fácil implementación y las más usadas.

En la Figura 5 se muestra la configuración básica de un sistema tipo Mamdani.

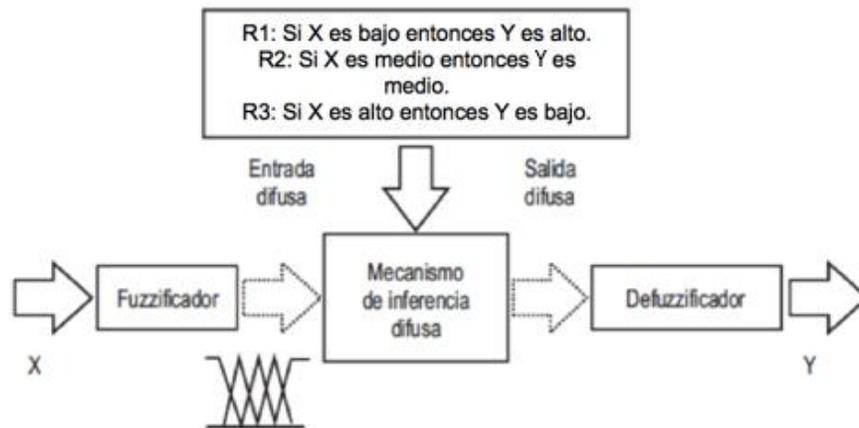


Figura 5. Sistema tipo Mamdani (Maguiña, 2010).

Arquitectura Takagi-Sugeno-Kang

La arquitectura TSK consiste en una serie de reglas SI-ENTONCES de la forma:

$$\text{Regla } i: \text{SI } X(t) \text{ es } A \text{ ENTONCES } Z \text{ es } Y = k_{i0} + k_{i1}X(t)$$

Donde A es el conjunto difuso, X son los atributos observables o medibles del sistema, Z son los atributos controlables del sistema y Y es una ecuación de salida lineal.

En lugar de trabajar con una salida difusa, Takagi y Sugeno (1985) propusieron un nuevo modelo basado en reglas donde el antecedente está compuesto de variables lingüísticas y el consecuente se representa como una función lineal de las variables de entrada. Las dos partes principales de este método son (Maguiña, 2010):

1. Cálculo de parte “SI” de las reglas. El cálculo del lado izquierdo de las reglas difusas en estos sistemas es el mismo que en los sistemas Mamdani; al aplicar el operador de implicación escogido se obtiene un grado de membresía a_j para cada una de las reglas.
2. Cálculo de la parte “ENTONCES” de las reglas. En el lado derecho de estas reglas se obtiene el respectivo valor de salida mediante la combinación lineal de las entradas:

$$v_j = f(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

Donde el subíndice en la variable de salida v_j se refiere al número de la regla dada.

En la Figura 6 se muestra la configuración básica de un sistema tipo TSK.

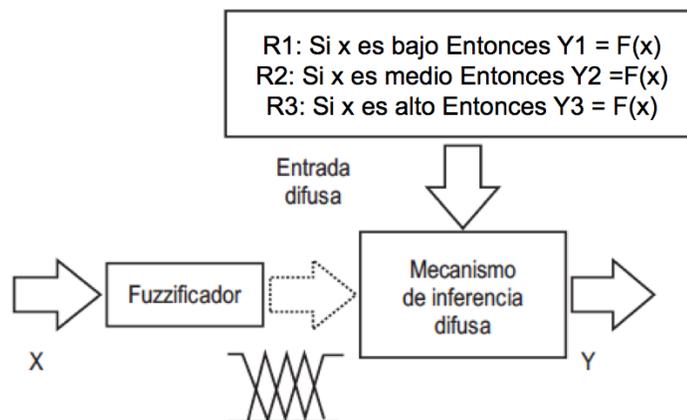


Figura 6. Sistema tipo TSK (Maguiña, 2010).

La salida de un sistema difuso TSK que usa una base de conocimiento con M reglas se obtiene como la media ponderada de las salidas individuales $v_j (f = 1, \dots, M)$ proporcionadas por las reglas dadas, como sigue:

$$v_j = \frac{\sum \alpha_j * f_j(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\sum w_j}$$

En esta expresión $v_j = f_j(u_1, u_2, \dots, u_n)$ es la salida de cada regla difusa dada, y α_j es el grado de pertenencia que resulta de la inferencia para cada una de ellas.

2.2.3 Aplicaciones de la Lógica Difusa (Estado del Arte)

El uso de sistemas de lógica difusa está muy extendido en la tecnología cotidiana, como en el caso de cámaras digitales, sistemas de aire acondicionado, lavarropas, etc. (Díaz et al. 2009). Por ejemplo, Díaz et al. (2009) presentaron la implementación de la lógica difusa para el control de procesos industriales relacionados con la manufactura de textil y cuero, utilizando el software Matlab, para desarrollar herramientas de inferencia difusa con el método Mamdani, las cuales permitieron obtener parámetros que fueron útiles para el control de diferentes variables del proceso. Estos tipos de controladores difusos son más económicos en comparación con los controladores convencionales como el Controlador Proporcional, Integral y Derivativo (PID).

Por otro lado, Santos y Miranda (2012) aplicaron la lógica difusa para el control de un sistema complejo y altamente no lineal como lo es un aerogenerador. En este estudio desarrollaron dos controladores difusos, uno que regula el ángulo de cabeceo y otro para el par de un aerogenerador de tres palas. Aunque no lograron obtener muy buenos resultados debido a la complejidad del modelo y a que no existe un método sistemático para un correcto ajuste entre todas las zonas de funcionamiento de los controladores difusos, sin embargo, el controlador consiguió mantener una salida constante del aerogenerador en torno a la referencia, a pesar de la variabilidad de las entradas. Asimismo, se mostró cómo se tratan las variables de este tipo de sistemas de forma difusa, estableciendo conjuntos difusos dentro de

su rango de variación y definiendo unas reglas que permitan inferir la salida del sistema.

En el área de la ingeniería ambiental, Duque et al. (2000) realizaron un estudio sobre el uso de la lógica difusa para la potabilización del agua, se presenta una alternativa de control automático de procesos de coagulación, los cuales se manejan frecuentemente de forma manual. Se aplicó en la planta Wiesner en Bogotá, con muy buenos resultados con respecto a la turbiedad del agua filtrada que se entregaba a la red de distribución, optimizando la dosis de coagulantes, en este caso del alumbre. Fue importante la participación de los expertos en la planta y el conocimiento de las normas de calidad del agua y del comportamiento químico del alumbre para la definición de las reglas difusas de control.

Ocampo-Duque et al. (2006) presentaron una herramienta de toma de decisiones para la gestión del agua de ríos, basada en un SID para integrar indicadores de calidad del agua. La metodología desarrollada mejoró los métodos utilizados hasta la fecha. Demostraron que la computación con palabras dentro del SID mejora la tolerancia para datos imprecisos, por lo tanto, esta metodología surge como una herramienta adecuada y alternativa para ser utilizada en el desarrollo de planes efectivos de gestión del agua. Se demostró la necesidad de vincular el SID y metodologías de ponderación para tratar la importancia relativa de las variables de entrada. La flexibilidad de la lógica difusa para desarrollar modelos de clasificación con un marco simple, construido con lenguaje natural, debe recomendarse en el desarrollo de índices ambientales similares en los que se deba correlacionar información altamente subjetiva.

García (2003) estableció un modelo basado en un sistema de lógica difusa que permitiera estimar la vulnerabilidad que un sistema determinado presenta ante la ocurrencia de un fenómeno natural. El modelo busco integrar variables de tipo cuantitativo y cualitativo en un sistema dinámico, en el que las variaciones en alguna de ellas tienen impactos positivos y negativos sobre otras variables. El desarrollo del modelo fue una aproximación valiosa para relacionar variables cuantitativas y cualitativas, sin embargo, es necesario considerar que dada la novedad y la

promisoria utilidad de la lógica difusa, es necesario avanzar en la identificación de los descriptores que determinaron los índices propuestos, con el fin de afinar y garantizar que las valoraciones dadas por expertos, tengan poco error y se sustenten en el conocimiento científico, social y tecnológico que se tenga del sistema urbano o de la unidad territorial analizada. El modelo establecido permitió determinar las acciones prioritarias en función de los valores de vulnerabilidad que estén en el rango de “altos” y “muy altos” en cada uno de los subsistemas utilizados, ya que el objetivo fundamental era establecer las acciones prioritarias que deberán realizarse para disminuir el riesgo y a la vez elaborar un plan de acción para la reducción frente a la eventualidad de ocurrencia de un fenómeno natural.

En el caso más específico de humedales artificiales, Elektorowicz y Qasaimeh (2004) propusieron utilizar el enfoque de SID como una nueva metodología para proporcionar información suplementaria para el diseño y operación de humedales artificiales. La lógica difusa se utilizó para evaluar las condiciones óptimas requeridas para que el humedal artificial sirva como un sumidero para la eliminación de metales. También, se utilizó para generar información primordial sobre el comportamiento de los metales (mercurio) en las aguas residuales según la relación con su absorción por las plantas y la adsorción a los sedimentos. Los resultados obtenidos demostraron la capacidad del análisis de lógica difusa para estimar la concentración de mercurio biodisponible (que las plantas pueden absorber), así como la adsorción de mercurio en los sedimentos, en condiciones variables. Asimismo, los hallazgos de esta investigación pueden usarse para evaluaciones de impacto ambiental.

Kotti, Sylaios y Tsihrintzis (2013) presentaron un modelo basado en el SID, en un esfuerzo por evaluar la eficiencia de remoción de materia orgánica en humedales artificiales de flujo superficial. El modelo se validó utilizando datos experimentales recopilados en un período de dos años en cinco unidades a escala piloto. Los humedales artificiales difirieron en la posición, vertical u horizontal, tipo de sustrato de soporte y las especies de plantas, y operaron bajo cuatro tiempos diferentes de

retención hidráulica, en diversas condiciones ambientales. Las predicciones del modelo mostraron un buen ajuste con los datos experimentales.

Kotti et al. (2016) desarrollaron y aplicaron un modelo de lógica difusa para predecir la eficiencia de remoción de nitrógeno y fósforo en humedales artificiales superficiales. Su objetivo fue desarrollar modelos que tengan el mayor rendimiento de predicción en relación a una menor complejidad, utilizando una metodología fácil de usar que claramente mejora los métodos utilizados hasta la fecha. Para desarrollar y validar el modelo de lógica difusa, usaron datos experimentales con respecto a la eliminación de nitrógeno y fósforo obtenidos en una planta a escala piloto a lo largo de un periodo de dos años. Los valores predichos por el modelo se ajustaron bien a los datos experimentales. El modelo también se aplicó de manera satisfactoria a datos independientes provenientes de humedales artificiales superficiales con diferentes condiciones de diseño y operación. Por lo tanto, se puede concluir que la metodología desarrollada constituye una herramienta de modelado satisfactoria para la estimación de la eliminación de nitrógeno y fósforo en humedales artificiales superficiales.

Sudarsan et al. (2018) desarrollaron un SID para la evaluación de la calidad de agua residual petroquímica tratada en un humedal de flujo subsuperficial horizontal a escala de laboratorio, con el cual obtuvieron el valor del Índice Difuso de Calidad del Agua (IDCA). El IDCA es aplicable más como un estimador de la calidad del agua generada después del tratamiento, en lugar de determinar la intensidad de un parámetro contaminante o un parámetro físico. Este índice proporciona una representación simple de variables extensas y complejas (físicas, biológicas y químicas) que gobiernan la calidad general del agua superficial que está destinada para uso potable. En función del experimento realizado, los parámetros de calidad del agua turbidez, pH, Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO_5) y DQO se consideraron como los parámetros más significativos para evaluar la calidad de las aguas residuales.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

En esta sección, se presenta la metodología requerida para la realización del presente estudio. En primer lugar, se describe el sistema de humedales artificiales híbridos estudiado. A continuación, se definen los análisis estadísticos realizados para determinar la correlación entre los parámetros de entrada y salida, con el fin de reducir el número de variables a ingresar dentro del modelo de SID. Finalmente, se detallan los pasos seguidos para el desarrollo del modelo de SID.

3.1 Sistema de humedales artificiales híbridos estudiado

El sistema estudiado se construyó en la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales (PTAR) San Carlos, propiedad de la JAPAY, ubicada en el Fraccionamiento San Carlos de la Ciudad de Mérida, Yucatán. Constó de 3 humedales artificiales híbridos, formados cada uno por un humedal de flujo horizontal subsuperficial (1.5m x 0.4m x 0.4m) y un humedal de flujo vertical subsuperficial (0.6m x 0.4m x 0.7m), contruidos con recipientes de vidrio de 1 cm de espesor. Los 3 humedales híbridos fueron alimentados por un tinaco de polietileno de 1,100 litros, utilizado como tanque séptico. A su vez el tanque séptico fue alimentado por el cárcamo de la PTAR San Carlos. El sistema de humedales artificiales híbridos fue operado en modo batch por Hernández (2019) y con recirculación por Tzakum (2019). Un diagrama del sistema se presenta en la Figura 7.

El medio de soporte seleccionado fue grava y arena de distintos tamaños, distribuidos según se describe en Hernández (2019). Las especies de vegetación utilizadas fueron *Typha Dominguensis*, la cual ha demostrado su eficiencia en estudios anteriores (Tapia et al. 2009), y *Saggitaria Lancipholia*, seleccionada por ser una especie macrófita nativa y de aspecto estética (Hernández, 2019).

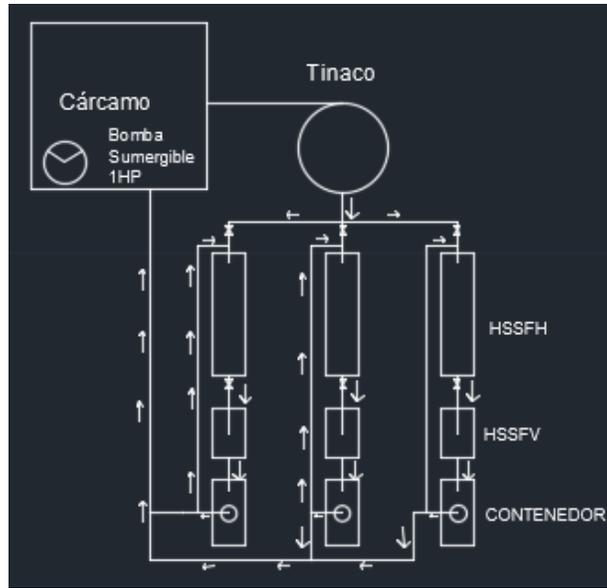


Figura 7. Diagrama del sistema de humedales artificiales híbridos (Hernández, 2019).

3.1.1 Recopilación de datos

Los datos utilizados para desarrollar el modelo de SID fueron tomados del estudio realizado por Hernández (2019), en el cual se operó en serie el sistema de humedales artificiales híbridos, aplicando los tiempos de permanencia de 2 y 4 días; y del estudio de Tzakum (2019), durante el cual el mismo sistema se operó siguiendo dos estrategias de recirculación (ER) diferentes (ER1: de los humedales verticales hacia los horizontales y ER2: de los humedales verticales a la fosa séptica), aplicando tiempos de permanencia de 4 días.

Los parámetros fisicoquímicos considerados son: DQO, DBO_5 , Carbono Orgánico Total (COT), Sólidos Totales (ST), Sólidos Suspendedos Totales (SST), Sólidos Disueltos Totales (SDT), Nitrógeno Total Kjeldahl (NTK), Nitrógeno Amoniacal (NH_4-N), Nitratos (NO_3-N) y Fósforo Total (PT). Estos fueron medidos a la salida de cada una de las etapas del sistema (Hernández, 2019; Tzakum, 2019). Asimismo, se definió el nitrógeno total (NT) como la suma de los parámetros NTK y NO_3-N .

3.2 Análisis Estadísticos de Correlación

En primer lugar, con el objetivo de reducir el número de variables a ingresar dentro del modelo SID, se realizaron análisis estadísticos utilizando los datos de Hernández (2019) para determinar la correlación entre los parámetros de entrada, es decir, los parámetros fisicoquímicos (DQO, DBO₅, COT, ST, SST, SDT, NTK, NH₄, NO₃ y PT) medidos a la salida de la fosa séptica (influyente del sistema de humedales artificiales) y los parámetros de salida correspondientes a la DQO, NT y PT medidos a la salida del humedal vertical (efluente del sistema de humedales artificiales). A continuación, se describe brevemente la teoría detrás del método estadístico seleccionado para dicho análisis, el cual consistió en un Análisis Multivariable (AM).

3.2.1 Análisis Multivariante (AM)

El AM es la parte de la estadística y del análisis de datos que estudia, analiza, representa e interpreta los datos que resulten de observar un número $p > 1$ de variables estadísticas sobre una muestra de n individuos. Las variables observables son homogéneas y correlacionadas, sin que alguna predomine sobre las demás (Cuadras, 2007). Hair et. al. (2004) definen el AM como: *“Todos los métodos que analizan simultáneamente medidas múltiples de cada individuo u objeto sometido a estudio”*.

La información multivariante es una matriz de datos, pero a menudo, en AM la información de entrada consiste en matrices de distancias o similaridades, que miden el grado de discrepancia entre los individuos.

De este análisis se desprenden diferentes técnicas o métodos de visualización de datos, como los que se mencionan a continuación: Normalidad Multivariante, Inferencia Multivariante, Análisis de Correlación Canónica, Análisis de Componentes Principales, Análisis Factorial, Análisis Canónico de Poblaciones, Escalado Multidimensional, Análisis de Correspondencia, Análisis Discriminante, Modelos lineales (regresión múltiple), Análisis de Varianza (ANOVA y MANOVA) y Funciones Estimables Multivariantes (Cuadras, 2007).

Ahora bien, el Análisis Factorial (AF) es un nombre genérico que se da a una clase de métodos estadísticos multivariantes cuyo propósito principal es definir la estructura subyacente en una matriz de datos. Es una técnica de reducción de datos que sirve para encontrar grupos homogéneos de variables a partir de un conjunto numeroso de variables observados (Pérez, 2010). Pretende expresar p variables observables como una combinación lineal de m variables hipotéticas o latentes, denominadas factores. Si la matriz de correlaciones existe, las componentes principales también existen, mientras que el modelo factorial podría ser aceptado o no mediante un test estadístico (Cuadras, 2007).

Por otro lado, aborda el problema de cómo analizar la estructura de las correlaciones entre un gran grupo de variables con la definición y ubicación de una serie de factores.

Los métodos actuales para obtener la matriz factorial son: factor principal, análisis factorial canónico, método Alfa y el método de la máxima verosimilitud (Cuadras, 2007)

Con ayuda del software SPSS se realizó el AF utilizando el método de máxima verosimilitud, el cual permitió reducir el número de variables que se correlacionan entre sí. Se tomaron en cuenta todos los parámetros fisicoquímicos a la salida de la fosa séptica y los parámetros DQO, NT y PT a la salida de los humedales verticales, obtenidos a partir de los datos medidos por Hernández (2019).

3.3 Desarrollo del modelo de SID

3.3.1 Implementación del modelo de SID

El modelo de SID se desarrolló utilizando el software Matlab® y su herramienta *Fuzzy Logic Toolbox™*, la cual proporciona funciones, aplicaciones y un bloque de Simulink® para analizar, diseñar y simular sistemas basados en lógica difusa. Dicha herramienta funciona como una guía a través de los pasos para diseñar un SID. Al usar mediante los editores las funciones incluidas en la caja de herramientas de lógica difusa, se puede crear el conjunto de reglas, definir las funciones de membresía y analizar el comportamiento del SID.

Dentro del software Matlab®, se proporcionan funciones para implementar los métodos Mamdani y TSK (sección 2.2.2). En la presente tesis se utilizó el método TSK, debido a que es una representación más compacta y computacionalmente eficiente que un método Mamdani. Un método Sugeno se presta al uso de técnicas adaptativas para la construcción de modelos difusos. Estas técnicas adaptativas se pueden usar para personalizar las funciones de membresía para que el sistema difuso se adapte mejor a los datos (The MathWorks, Inc, 2019).

El modelo se desarrolló tomando como variables de entrada los parámetros fisicoquímicos medidos a la salida de la fosa séptica (influyente del sistema de humedales artificiales) que obtuvieron una mayor correlación con las variables de salida, según los resultados obtenidos a partir de los análisis estadísticos. Las variables de salida corresponden a los parámetros DBO₅, NT y PT medidos a la salida del humedal vertical.

3.3.2 Calibración, validación y evaluación de los resultados del modelo de SID

Con el objetivo de optimizar el desempeño del modelo de SID, se probaron durante la calibración diferentes tipos y números de Funciones de Membresía (FM) para las variables de entrada (sección 2.2.1). Para calibrar el modelo, se utilizaron el 60% de los datos disponibles de la operación en serie (Hernández, 2019) y con recirculación (Tzakum, 2019) del sistema de humedales artificiales (sección 3.1.1), seleccionados de manera aleatoria puesto que considera la toma imparcial y representativa de los datos. Posteriormente, el 40% de los datos restantes fueron tomados para la validación del SID.

Para evaluar el desempeño del modelo de SID, es decir, evaluar el grado de predicción del modelo posterior a la calibración y validación del mismo, se utilizaron los indicadores estadísticos coeficiente de correlación (R^2) y Raíz del Error Cuadrático Medio ($RECM$), determinados como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$RECM = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

Donde x_i corresponde al valor medido y y_i al valor predicho por el modelo de SID.

El valor de la R^2 mide el grado de variación conjunta entre dos variables. Si R^2 es igual a 0, el modelo no explica nada de y_i a partir de x_i , es decir, tiene una baja capacidad explicativa. Por el contrario, mientras más cerca este la R^2 a 1, mayor será la cantidad de variación total explicada por el modelo de regresión. Ahora bien, la *RECM* cuantifica la diferencia entre un conjunto de valores. Por lo tanto, mientras más pequeño sea el valor del *RECM*, más cercanos son los valores predichos y observados (Hyndman y Koehler, 2006).

CAPITULO IV

RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos del presente trabajo, comenzando por los análisis estadísticos realizados con el fin de reducir los parámetros de salida así como el número de variables a ingresar dentro de los modelos de SID, seguido de los resultados de la calibración y validación de los mismos.

4.1 Análisis Estadísticos de AM

El análisis de los parámetros DBO₅, NT y PT correspondientes a la salida de los humedales verticales se realizó de forma individual, considerándose cada uno como variable dependiente con siete variables independientes: DQO, DBO₅, COT, NTK, NH₄ y NO₃ y PT correspondientes a la salida de la fosa séptica (parámetros de entrada al sistema de humedales artificiales híbridos). En las secciones siguientes se describen los resultados obtenidos para cada uno de dichos parámetros de salida.

4.1.1 Resultados obtenidos para la DBO₅ de salida

En la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos del AM para la variable dependiente de salida DBO₅. En ésta se muestra las correlaciones producto de Pearson entre cada par de variables. El rango de estos coeficientes de correlación va de -1 a +1, y miden la fuerza de la relación lineal entre las variables. El valor P es la prueba de significancia estadística de las correlaciones estimadas, debajo de 0.05 indican correlaciones significativamente diferentes de cero, con un nivel de confianza de 95.0% (SPSS Statistics 25, 2017).

Tabla 2. Resultados del AM para la variable dependiente de salida DBO₅.

	Variables Independientes (Entrada)						
	DQO	DBO ₅	COT	NTK	NH ₄	NO ₃	PT
Producto de Pearson	0.5416	0.6673	0.233	-0.4741	-0.2988	0	-0.6729
Valor P	0.0136	0.0013	0.3228	0.0347	0.2006	1	0.0011

A partir de los resultados en la Tabla 2 se observa que existe una relación estadísticamente significativa entre la DBO₅ de salida y los parámetros de entrada DQO y DBO₅, como era de esperarse, ya que dichos parámetros representan aquellos relacionados directa (DBO₅) e indirectamente (DQO) con la materia orgánica. Asimismo, se observa una relación estadísticamente significativa entre la DBO₅ de salida y el parámetro de entrada NTK, el cual es asimilado por las plantas y microorganismos junto con la materia orgánica; así como con el PT, un nutriente esencial para el crecimiento de los organismos biológicos y las plantas. En consecuencia, para el desarrollo del modelo de SID se descartaron los parámetros de entrada COT, NH₄ y NO₃.

4.1.2 Resultados obtenidos para el NT de salida

En la Tabla 3 se presentan los resultados obtenidos del AM para las variables dependientes de salida NTK, NH₄ y NO₃, asociadas al NT. En ésta se muestra las correlaciones producto de Pearson entre cada par de variables y el valor P de significancia estadística.

De los resultados en la Tabla 3 se observa que existe una relación estadísticamente significativa entre la NTK de salida con los parámetros de entrada DBO₅, la cual está relacionada la materia orgánica, los compuestos nitrogenados NTK y NH₄, y el nutriente PT.

Por otro lado, el NH_4 de salida no presentó relaciones estadísticamente significativas con ninguno de los parámetros de entrada.

Tabla 3. Resultados del AM para las variables dependientes de salida NTK, NH_4 y NO_3 .

			Variables Independientes (Entrada)						
			DQO	DBO_5	COT	NTK	NH_4	NO_3	PT
NT	NTK	Producto de Pearson	0.3582	0.5875	0.0076	-0.5643	-0.5695	0	-0.6468
		Valor P	0.1209	0.0064	0.9746	0.0095	0.0088	1	0.0021
	NH_4	Producto de Pearson	0.1352	0.1934	0.2915	0.1499	0.0058	0	-0.198
		Valor P	0.5697	0.414	0.2124	0.5281	0.9806	1	0.4028
	NO_3	Producto de Pearson	-0.5601	-0.3768	0.1717	0.768	0.7153	0	0.3628
		Valor P	0.0102	0.1015	0.4692	0.0001	0.0004	1	0.116

Por último, el NO_3 de salida presenta relaciones estadísticamente significativas con la DQO de entrada, parámetro relacionado indirectamente con la materia orgánica, y los compuestos nitrogenados NTK y NH_4 .

Por consiguiente, para el desarrollo del modelo de SID se consideraron como variables de entrada los parámetros DQO, DBO_5 , NTK, NH_4 Y PT, descartándose el COT y el NO_3 .

4.1.3 Resultados obtenidos para el PT de salida

En la Tabla 4 se presentan los resultados obtenidos del AM para la variable dependiente de salida PT. En ésta se muestra las correlaciones producto de Pearson entre cada par de variables y el valor P de significancia estadística.

Tabla 4. Resultados del AM para las variables dependientes de salida PT.

	Variables Independientes (Entrada)						
	DQO	DBO ₅	COT	NTK	NH ₄	NO ₃	PT
Producto de Pearson	-0.3604	0.2575	-0.1747	0.0455	-0.2794	0	0.0945
Valor P	0.1186	0.273	0.4613	0.8491	0.2329	1	0.692

Los resultados en la Tabla 4 arrojaron nula relación entre el PT de salida y los parámetros de entrada.

En consecuencia, se propone considerar como variables de entrada para el desarrollo del modelo de SID, aquellos parámetros que presentaron relaciones estadísticamente significativas con ambas variables de salida previamente analizadas, es decir, la DBO₅ y los parámetros relacionados con el NT. Estos son: DQO, DBO₅, NTK y PT.

4.2 Desarrollo del modelo de SID

Una vez establecidas las variables de entrada a partir de los resultados del análisis estadístico AM, se procedió a desarrollar un modelo de SID para cada uno de los parámetros de salida a estimar, es decir, DOB₅, NT y PT.

A cada modelo de SID se le agregó la variable de entrada Estrategia de Recirculación (ER), ya que ésta corresponde a un parámetro de operación que influye en la remoción de nitrógeno (principalmente en forma de NO₃) (Tzakum, 2019); asignando un valor de 1 para la ER1 (del humedal vertical al horizontal), 2 para la ER2 (del humedal vertical a la fosa) y 3 para la operación en serie (sin recirculación) (sección 3.1.1). Por el contrario, la variable “especie de planta” no se incluyó en los modelos, ya que no se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre las especies estudiadas (*Typha Dominguensis* y *Saggitaria Lancipholia*, sección 3.1) con relación a la remoción de contaminantes (Hernández, 2019).

Asimismo, con el objetivo de optimizar el desempeño de los modelos de SID a desarrollar, se evaluaron para cada uno diferentes números de variables de entrada, así como diferentes tipos y números de FM asociadas a éstas.

Los resultados obtenidos para cada una de las variables de salida (DOB_5 , NT y PT) se presentan a continuación.

4.2.1 Implementación, calibración y validación del modelo de SID para la variable de salida DOB_5

Como resultado del AM presentado en la Tabla 2, se implementaron 4 modelos de SID considerando diferentes variables de entrada para la variable de salida DOB_5 .

Estos son:

- **SID 1** (2 entradas): DOB_5 y ER.
- **SID 2** (3 entradas): DOB_5 , DQO y ER.
- **SID 3** (4 entradas): DOB_5 , DQO, NTK y ER.
- **SID 4** (5 entradas): DOB_5 , DQO, NTK, PT y ER.

En la Figura 8 se presenta un diagrama con los 4 modelos de SID resultantes.

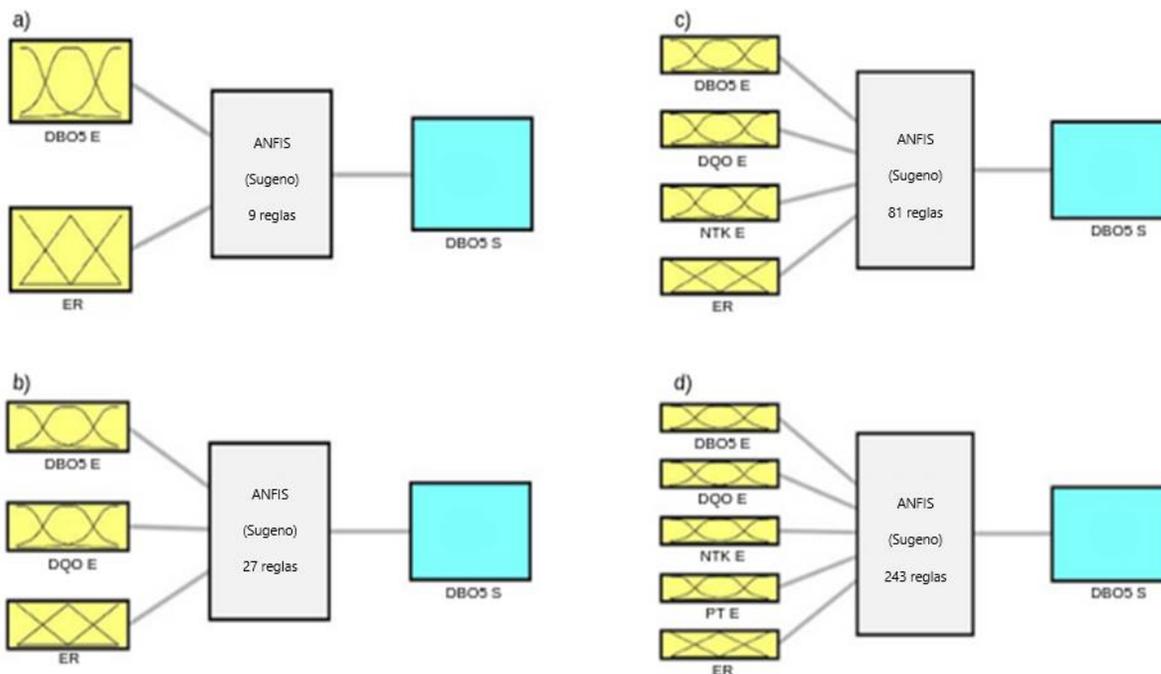


Figura 8. Diagrama de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4 para la variable de salida DOB_5 (E: Entrada, S: Salida).

Previo a la calibración y posterior validación de los 4 modelos de SID, se determinó el número y tipo óptimo de FM, tomando como base el modelo SID 2. El modelo SID 2 fue seleccionado, ya que éste contiene a los parámetros relacionados directa (DBO_5) e indirectamente (DQO) con la materia orgánica.

En la Tabla 5 se presentan, con el objetivo determinar el número óptimo de FM, los resultados de la calibración y validación según los indicadores de desempeño R^2 y $RECM$ para el modelo SID 2. Lo anterior manteniendo fijos los tipos de FM en campana, campana y triangular (ver sección 2.2.1) para las variables de entrada DBO_5 , DQO y ER, respectivamente.

Tabla 5. Resultados de la calibración y validación para determinar el número óptimo de FM para la variable de salida DBO_5 .

No. de FM por entrada	Calibración		Validación	
	$RECM$ (mg/l)	R^2	$RECM$ (mg/l)	R^2
2	2.0833	0.91883	3.4515	0.83857
3	1.7691	0.91876	2.9978	0.88802
4	1.7691	0.91876	2.9709	0.88498

A partir de los resultados de la Tabla 5 se estableció como número óptimo 3 FM asociadas a cada variable entrada, al presentar un mejor desempeño en comparación con los demás números evaluados. Asimismo, cabe mencionar que el número máximo de FM a evaluar se delimitó en 4, ya que a partir de este no se observó una mejoría en el desempeño del modelo SID 2 durante la calibración y, por el contrario, el desempeño arrojado durante la validación fue menor.

Una vez establecido el número óptimo de FM, se procedió ahora a determinar el tipo de FM asociado a cada una de las variables de entrada que arrojara un mejor desempeño. En la Tabla 6 se presentan los resultados de dicho análisis para la

calibración y validación según los indicadores de desempeño R^2 y $RECM$, utilizando el modelo SID 2 y manteniendo fijo el número de FM por entrada en 3.

A partir de los resultados de la Tabla 6, se observa que no existe una diferencia significativa entre los valores obtenidos durante la calibración. Sin embargo, al comparar los valores de los indicadores de desempeño arrojados durante la validación, se establece como mejor resultado el obtenido al utilizar para las variables de entrada del modelo SID 2, es decir, DBO₅, DQO y ER, los tipos de FM campana, campana y triangular, respectivamente.

Tabla 6. Resultados de la calibración y validación para determinar el tipo óptimo de FM por entrada para la variable de salida DBO₅.

Tipos de FM Entradas: DBO ₅ , DQO y ER	Calibración		Validación	
	<i>RECM</i> (mg/l)	R^2	<i>RECM</i> (mg/l)	R^2
Triangular, triangular y triangular	1.7691	0.91875	3.2883	0.85003
Gaussiana, gaussiana y triangular	1.7691	0.91876	3.182	0.88215
Campana, campana y campana	1.7691	0.91876	2.9983	0.88802
Campana, campana y triangular	1.7691	0.91876	2.9978	0.88802

Finalmente, una vez establecidos el número y tipo de FM asociadas a cada variable de entrada, se evaluó el desempeño durante la calibración y validación de los 4 modelos de SID implementados en función de los indicadores R^2 y $RECM$. Los resultados de dicho análisis se presentan en la Tabla 7. Adicionalmente, en la Figura 9 se presenta de manera gráfica la comparación entre los valores medidos y los valores predichos por cada uno de los 4 modelos de SID posterior a la calibración y validación de los mismos.

Tabla 7. Resultados de la calibración y validación de los 4 modelos de SID implementados para la variable de salida DBO₅.

Modelo No.	Calibración		Validación	
	<i>RECM</i> (mg/l)	<i>R</i> ²	<i>RECM</i> (mg/l)	<i>R</i> ²
SID 1 (Entradas: DBO ₅ y ER)	2.3026	0.85811	2.4718	0.91955
SID 2 (Entradas: DBO ₅ , DQO y ER)	1.7691	0.91876	2.9978	0.88802
SID 3 (Entradas: DBO ₅ , DQO, NTK y ER)	1.7691	0.91876	3.2904	0.85092
SID 4 (Entradas: DBO ₅ , DQO, NTK, PT y ER)	1.7691	0.91876	6.7578	0.82005

A partir de los resultados presentados en la Tabla 7 y la Figura 9, se observa que durante la calibración no existe una mejora significativa en el desempeño del modelo de SID, al aumentar el número de variables de entrada más allá de 3. Por otro lado, al comparar los resultados arrojados durante la validación, se observa un decremento en el desempeño del modelo de SID al sobrepasar las 3 entradas. Por consiguiente, se concluyó que el modelo de SID capaz de predecir con el mejor desempeño el parámetro DBO₅ de salida es el modelo SID 2, el cual considera únicamente 3 variables de entrada que son: DBO₅, DQO y ER.

Con el fin de comparar los resultados obtenidos en la presente tesis con estudios previos, se consideró el trabajo realizado por Kotti et. al. (2013), en donde se desarrolló un modelo de SID (basado en el método Mamdani) para predecir la remoción de DBO₅ en un humedal artificial de flujo superficial, a partir de las variables de entrada BOD₅, parámetros meteorológicos como temperatura del agua residual, radiación solar y precipitación, y parámetros operacionales como medio de soporte, tipo de planta, forma de la unidad, tiempo de retención hidráulica y el mes del año. Durante la calibración de dicho modelo los autores reportaron un valor de *R*² igual a 0.8427 y durante la validación de 0.8221. Estos valores se encuentran dentro del rango de los arrojados por el modelo SID 2 (0.91876 para la calibración y 0.88802 para la validación), demostrándose la utilidad del modelo desarrollado.

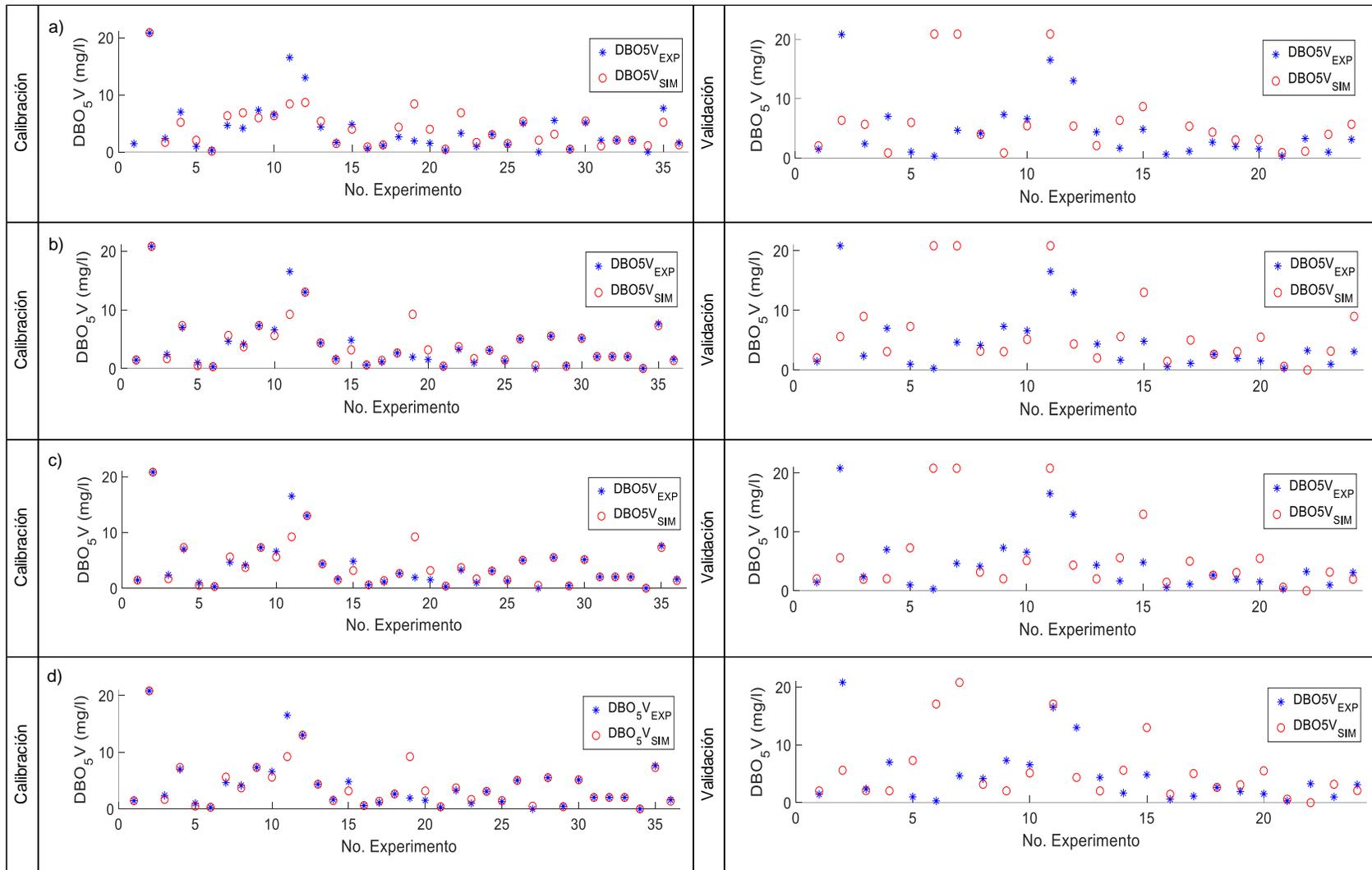


Figura 9. Comparación entre los valores medidos y los valores predichos para la variable de salida DBO_5 posterior a la calibración y validación de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4.

4.2.2 Implementación, calibración y validación del modelo de SID para la variable de salida NT

De acuerdo a los resultados del AM presentados en la Tabla 3, se implementaron 5 modelos de SID considerando diferentes variables de entrada para la variable de salida NT. Estos son:

- **SID 1** (2 entradas): NTK y ER.
- **SID 2** (3 entradas): NTK, NH₄ y ER.
- **SID 3** (4 entradas): NTK, NH₄, DBO₅ y ER.
- **SID 4** (5 entradas): NTK, NH₄, DBO₅, DQO y ER.
- **SID 5** (6 entradas): NTK, NH₄, DBO₅, DQO, PT y ER.

En la Figura 10 se presenta un diagrama con los 5 modelos de SID resultantes.

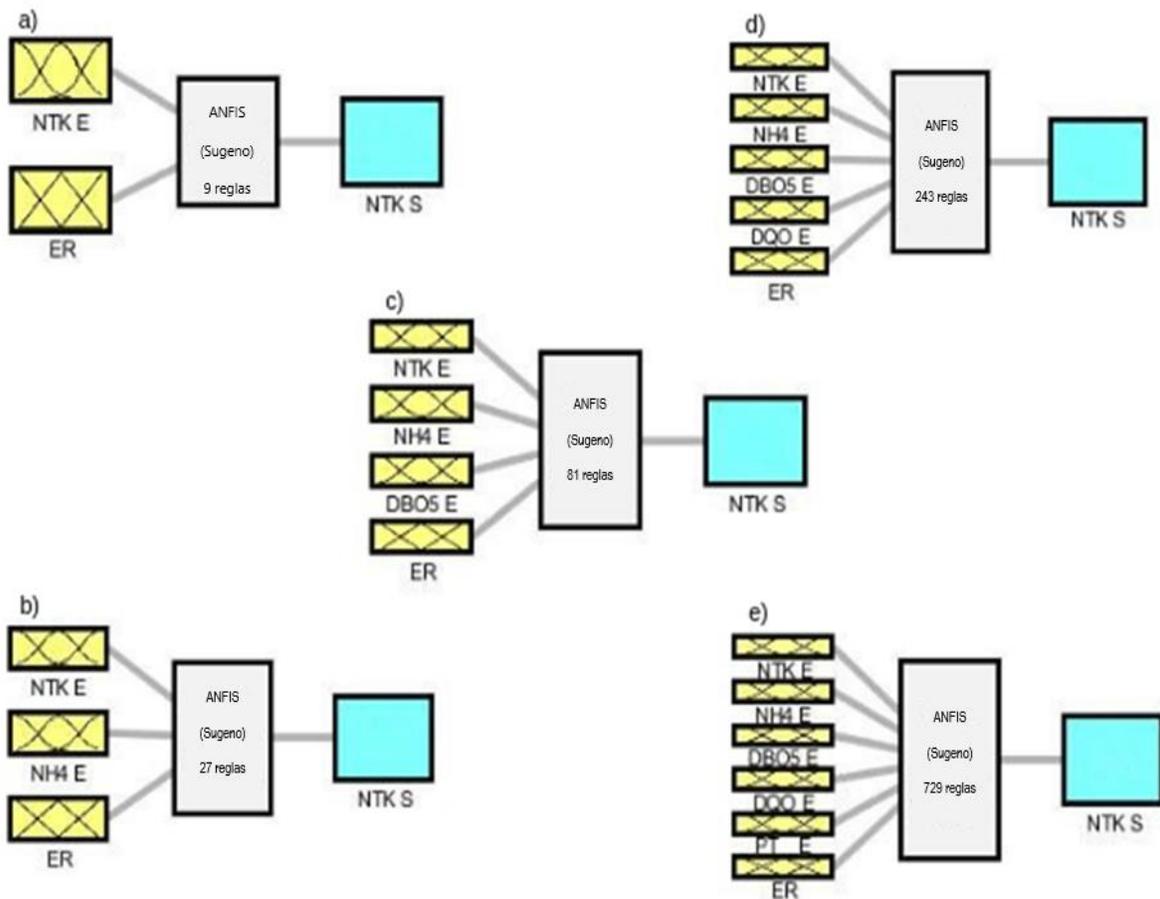


Figura 10. Diagrama de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3, d) SID 4 y e) SID 5 para la variable de salida NT (E: Entrada, S: Salida).

Previo a la calibración y posterior validación de los 5 modelos de SID, se determinó el número y tipo óptimo de FM, tomando como base el modelo SID 3. El modelo SID 3 fue seleccionado, ya que éste contiene las dos especies nitrogenadas y el parámetro más directamente relacionado con la materia orgánica (DBO_5).

Con el objetivo determinar el número óptimo de FM, se presentan en la Tabla 8 los resultados de la calibración y validación según los indicadores de desempeño R^2 y $RECM$ para el modelo SID 3. Lo anterior manteniendo fijos los tipos de FM en campana, campana, campana y triangular (ver sección 2.2.1) para las variables de entrada NTK, NH_4 , DBO_5 y ER, respectivamente.

Tabla 8. Resultados de la calibración y validación para determinar el número óptimo de FM para la variable de salida NT.

No. de FM por entrada	Calibración		Validación	
	$RECM$ (mg/l)	R^2	$RECM$ (mg/l)	R^2
2	1.3916	0.9859	5.123	0.8710
3	1.3916	0.9859	4.6924	0.8744
4	1.3916	0.9859	5.1645	0.8540

A partir de los resultados de la Tabla 8, se estableció como número óptimo 3 FM asociadas a cada variable de entrada, al obtenerse un mejor desempeño en comparación con los demás números evaluados. Asimismo, cabe mencionar que el número máximo de FM a evaluar se delimitó en 4, ya que a partir de este no se observó una mejoría en el desempeño del modelo SID 3 durante la calibración y, por el contrario, el desempeño arrojado durante la validación fue menor.

Una vez establecido el número óptimo de FM, se procedió a determinar el tipo de FM asociado a cada una de las variables de entrada que arrojara un mejor desempeño. En la Tabla 9 se presentan los resultados de dicho análisis para la

calibración y validación según los indicadores de desempeño R^2 y $RECM$, utilizando el modelo SID 3 y manteniendo fijo el número de FM por entrada en 3.

A partir de los resultados de la Tabla 9, se observa que no existe una diferencia significativa entre los valores obtenidos durante la calibración. Sin embargo, al comparar los valores de los indicadores de desempeño arrojados durante la validación, se establece como mejor resultado el obtenido al utilizar para las variables de entrada del modelo SID 3, es decir, NTK, NH_4 , DBO_5 y ER, los tipos de FM gaussiana, gaussiana, gaussiana y triangular, respectivamente.

Tabla 9. Resultados de la calibración y validación para determinar el tipo óptimo de FM por entrada para la variable de salida NT.

Tipos de FM Entradas: NTK, NH_4 , DBO_5 y ER	Calibración		Validación	
	$RECM$ (mg/l)	R^2	$RECM$ (mg/l)	R^2
Triangular, triangular, triangular y triangular	1.3916	0.9859	5.5689	0.8611
Gaussiana, gaussiana, gaussiana y triangular	1.3916	0.9859	4.6186	0.8791
Campana, campana, campana y campana	1.3916	0.9859	4.6920	0.8744
Campana, campana, campana y triangular	1.3916	0.9859	4.6924	0.8744
Gaussiana, gaussiana, gaussiana y gaussiana	1.3916	0.9859	4.9187	0.8791

Finalmente, una vez establecidos el número y tipo de FM asociadas a cada variable de entrada, se evaluó el desempeño durante la calibración y validación de los 5 modelos de SID implementados en función de los indicadores R^2 y $RECM$. Los resultados de dicho análisis se presentan en la Tabla 10. Adicionalmente, en la Figura 11 se presenta de manera gráfica la comparación entre los valores medidos y los valores predichos para cada uno de los 5 modelos de SID posterior a la calibración y validación de los mismos.

Tabla 10. Resultados de la calibración y validación de los 5 modelos de SID implementados para la variable de salida NT.

Modelo No.	Calibración		Validación	
	RECM (mg/l)	R^2	RECM (mg/l)	R^2
SID 1 (Entradas: NTK y ER)	2.9431	0.9354	5.9413	0.8010
SID 2 (Entradas: NTK, NH ₄ y ER)	1.3917	0.9859	4.9295	0.5611
SID 3 (Entradas: NTK, NH ₄ , DBO ₅ y ER)	1.3916	0.9859	4.6186	0.8791
SID 4 (Entradas: NTK, NH ₄ , DBO ₅ , DQO y ER)	1.3916	0.9859	5.0476	0.8544
SID 5 (Entradas: NTK, NH ₄ , DBO ₅ , DQO, PT y ER)	1.3916	0.9859	5.0878	0.8506

A partir de los resultados presentados en la Tabla 10 y la Figura 11, se observa que durante la calibración no existe una mejora significativa en el desempeño del modelo de SID al aumentar el número de variables de entrada más allá de 3. Por otro lado, al comparar los resultados arrojados durante la validación, se observa un decremento en el desempeño del modelo de SID al sobrepasar las 4 entradas. Por consiguiente, se concluyó que el modelo de SID capaz de predecir con el mejor desempeño el parámetro NT de salida es el modelo SID 3, el cual considera 4 variables de entrada que son: NTK, NH₄, DBO₅ y ER.

Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos en la presente tesis con estudios previos, se consideró el trabajo realizado por Kotti et. al. (2016), en donde se desarrolló un modelo de SID (basado en el método Mamdani) para predecir la remoción de NT en un humedal artificial de flujo superficial, a partir de las variables de entrada NT, parámetros meteorológicos como temperatura del agua residual, y parámetros operacionales como medio de soporte, tipo de planta, forma de la unidad y tiempo de retención hidráulica. Durante la calibración de dicho modelo los autores reportaron un valor de R^2 igual a 0.925. Este valor se encuentra dentro del rango de los arrojados por el modelo SID 3 (0.9859 para la R^2), demostrándose la utilidad del modelo desarrollado.

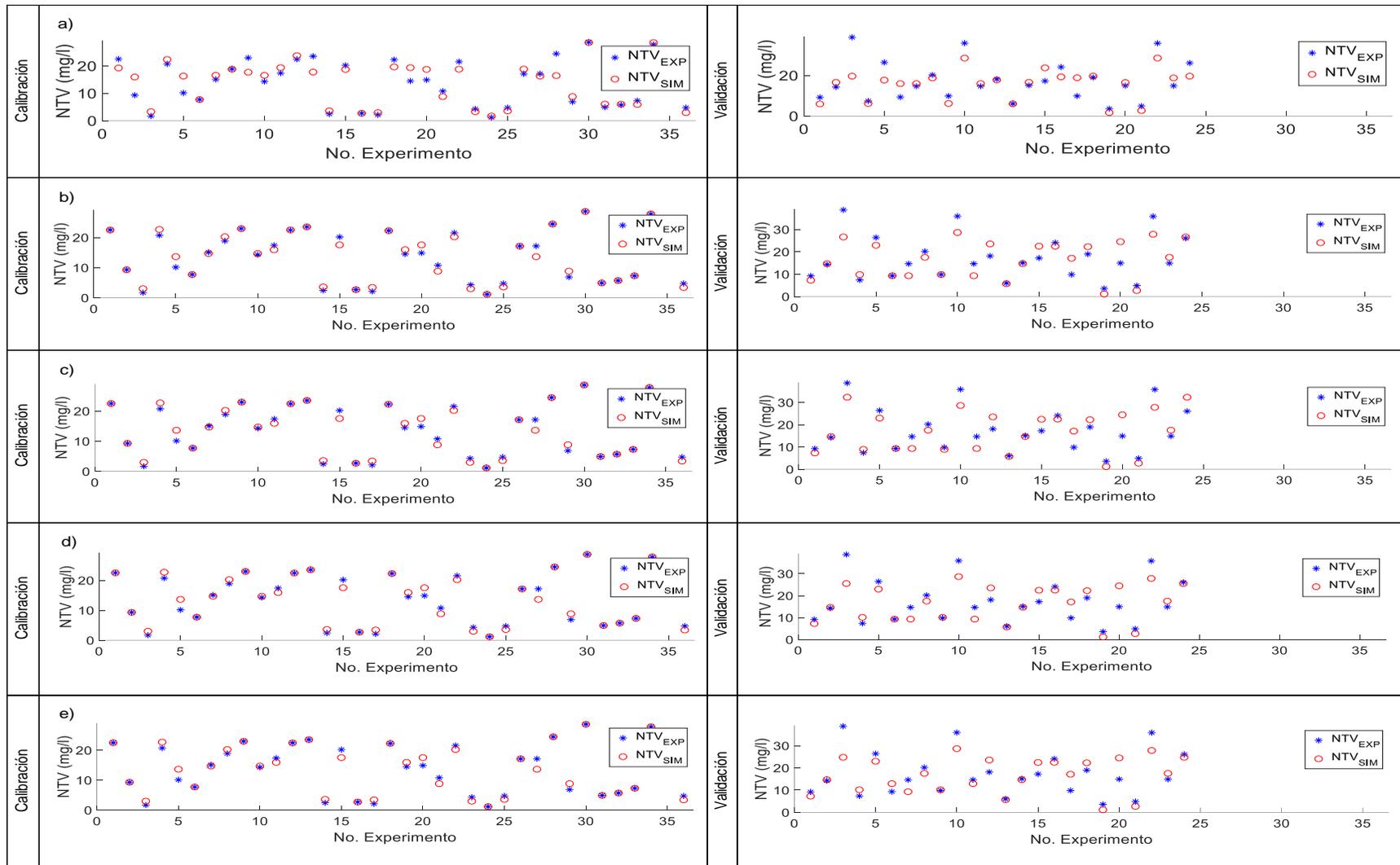


Figura 11. Comparación entre los valores medidos y los valores predichos para la variable de salida NT posterior a la calibración y validación de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3, d) SID 4 y e) SID 5.

4.2.3 Implementación, calibración y validación del modelo de SID para la variable de salida PT

Según la discusión presentada en la sección 4.1.3, se implementaron 4 modelos de SID considerando diferentes variables de entrada para la variable de salida PT. Estos son:

- **SID 1** (2 entradas): PT y ER.
- **SID 2** (3 entradas): PT, NTK y ER.
- **SID 3** (4 entradas): PT, NTK, DBO₅ y ER.
- **SID 4** (5 entradas): PT, NTK, DBO₅, DQO y ER.

En la Figura 12 se presenta un diagrama con los 4 modelos de SID resultantes.

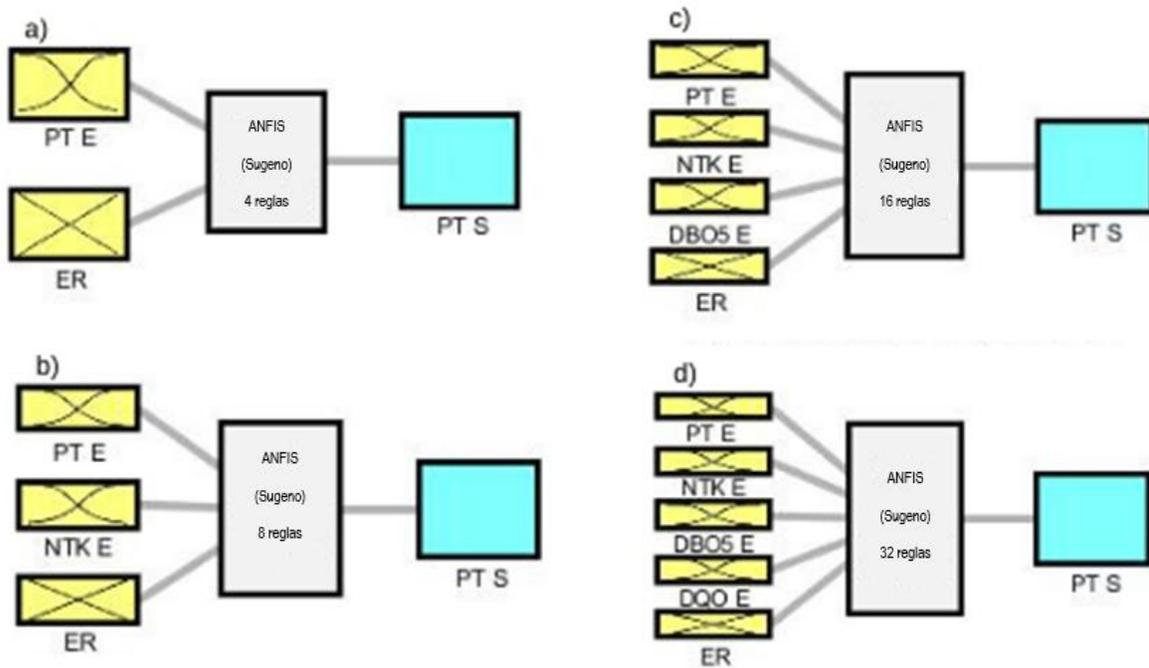


Figura 12. Diagrama de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4 para la variable de salida PT (E: Entrada, S: Salida).

Previo a la calibración y posterior validación de los 4 modelos de SID, se determinó el número y tipo óptimo de FM, tomando como base el modelo SID 3. El modelo SID

3 fue seleccionado, ya que éste contiene a los parámetros más directamente relacionados con las entradas de nutrientes (PT y NTK) la materia orgánica (DBO₅).

En la Tabla 11 se presentan, con el objetivo determinar el número óptimo de FM, los resultados de la calibración y validación según los indicadores de desempeño R^2 y $RECM$ para el modelo SID 3. Lo anterior manteniendo fijos los tipos de FM en campana, campana, campana y triangular (ver sección 2.2.1) para las variables de entrada PO₄, NTK, DBO₅ y ER, respectivamente.

A partir de los resultados de la Tabla 11, se estableció como número óptimo 2 FM asociadas a cada variable entrada, al presentar un mejor desempeño en comparación con los demás números evaluados. Cabe mencionar que el número máximo de FM a evaluar se delimitó en 5, ya que se puede observar que no hubo una mejoría en el desempeño del modelo SID 3 al aumentar el número de entradas durante la calibración y, por el contrario, el desempeño arrojado durante la validación fue menor.

Tabla 11. Resultados de la calibración y validación para determinar el número óptimo de FM para la variable de salida PT.

No. de FM por entrada	Calibración		Validación	
	$RECM$ (mg/l)	R^2	$RECM$ (mg/l)	R^2
2	0.1115	0.9804	0.4663	0.8150
3	0.1115	0.9804	1.3459	0.4223
4	0.1115	0.9804	0.4337	0.7878
5	0.1115	0.9804	0.4957	0.7355

Una vez establecido el número óptimo de FM, se procedió a determinar el tipo de FM asociado a cada una de las variables de entrada que arrojara un mejor desempeño. En la Tabla 12 se presentan los resultados de dicho análisis para la

calibración y validación según los indicadores de desempeño R^2 y $RECM$, utilizando el modelo SID 3 y manteniendo fijo el número de FM por entrada en 2.

A partir de los resultados de la Tabla 12, se observa que no existe una diferencia significativa entre los valores obtenidos durante la calibración. Sin embargo, al comparar los valores de los indicadores de desempeño arrojados durante la validación, se establece como mejor resultado el obtenido al utilizar para las variables de entrada del modelo SID 3, es decir, PT, NTK, DBO_5 y ER, los tipos de FM campana, campana, campana y triangular, respectivamente.

Tabla 12. Resultados de la calibración y validación para determinar el tipo óptimo de FM por entrada para la variable de salida PT.

Tipos de FM Entradas: PT, NTK, DBO_5 y ER	Calibración		Validación	
	$RECM$ (mg/l)	R^2	$RECM$ (mg/l)	R^2
Triangular, triangular, triangular y triangular	0.1115	0.9804	2.3530	0.3195
Campana, campana, campana y triangular	0.1115	0.9804	0.4663	0.8150
Campana, campana, campana y campana	0.1115	0.9804	0.4705	0.8128
Gaussiana, gaussiana, gaussiana y gaussiana	0.1115	0.9804	0.5151	0.7874

Finalmente, una vez establecidos el número y tipo de FM asociadas a cada variable de entrada, se evaluó el desempeño durante la calibración y validación de los 4 modelos de SID implementados en función de los indicadores R^2 y $RECM$. Los resultados de dicho análisis se presentan en la Tabla 13. Adicionalmente, en la Figura 13 se presenta de manera gráfica la comparación entre los valores medidos y los valores predichos para cada uno de los 4 modelos de SID posterior a la calibración y validación de los mismos.

Tabla 13. Resultados de la calibración y validación de los 4 modelos de SID implementados para la variable de salida PT.

Modelo No.	Calibración		Validación	
	<i>RECM</i> (mg/l)	R^2	<i>RECM</i> (mg/l)	R^2
SID 1 (Entradas: PT y ER)	0.5243	0.3795	0.6809	0.2587
SID 2 (Entradas: PT, NTK y ER)	0.4160	0.6790	0.7034	0.3126
SID 3 (Entradas: PT, NTK, DBO ₅ y ER)	0.1115	0.9804	0.4663	0.8150
SID 4 (Entradas: PT, NTK, DBO ₅ , DQO y ER)	0.1115	0.9804	0.1917	0.7503

A partir de los resultados presentados en la Tabla 13 y la Figura 13, se observa que durante la calibración no existe una mejora significativa en el desempeño del modelo de SID al aumentar el número de variables de entrada más allá de 4. Por otro lado, al comparar los resultados arrojados durante la validación, se observa un decremento en el desempeño del modelo de SID al sobrepasar las 4 entradas. Por consiguiente, se concluyó que el modelo de SID capaz de predecir con el mejor desempeño el parámetro PT de salida es el modelo SID 3, el cual considera 4 variables de entrada que son: PT, NTK, DBO₅ y ER.

Con el fin de comparar los resultados obtenidos en la presente tesis con estudios previos, se consideró el trabajo realizado por Kotti et. al. (2016), en donde se desarrolló un modelo de SID (basado en el método Mamdani) para predecir la remoción de PT en un humedal artificial de flujo superficial, a partir de las variables de entrada PT, parámetros meteorológicos como temperatura del agua residual, radiación solar y precipitación, y parámetros operacionales como medio de soporte, tipo de planta, forma de la unidad, tiempo de retención hidráulica y el mes del año. Durante la calibración de dicho modelo los autores reportaron un valor de R^2 igual a 0.85. Este valor se encuentra dentro del rango de los arrojados por el modelo SID 3 (0.9804 para la R^2), demostrándose la utilidad del modelo desarrollado.

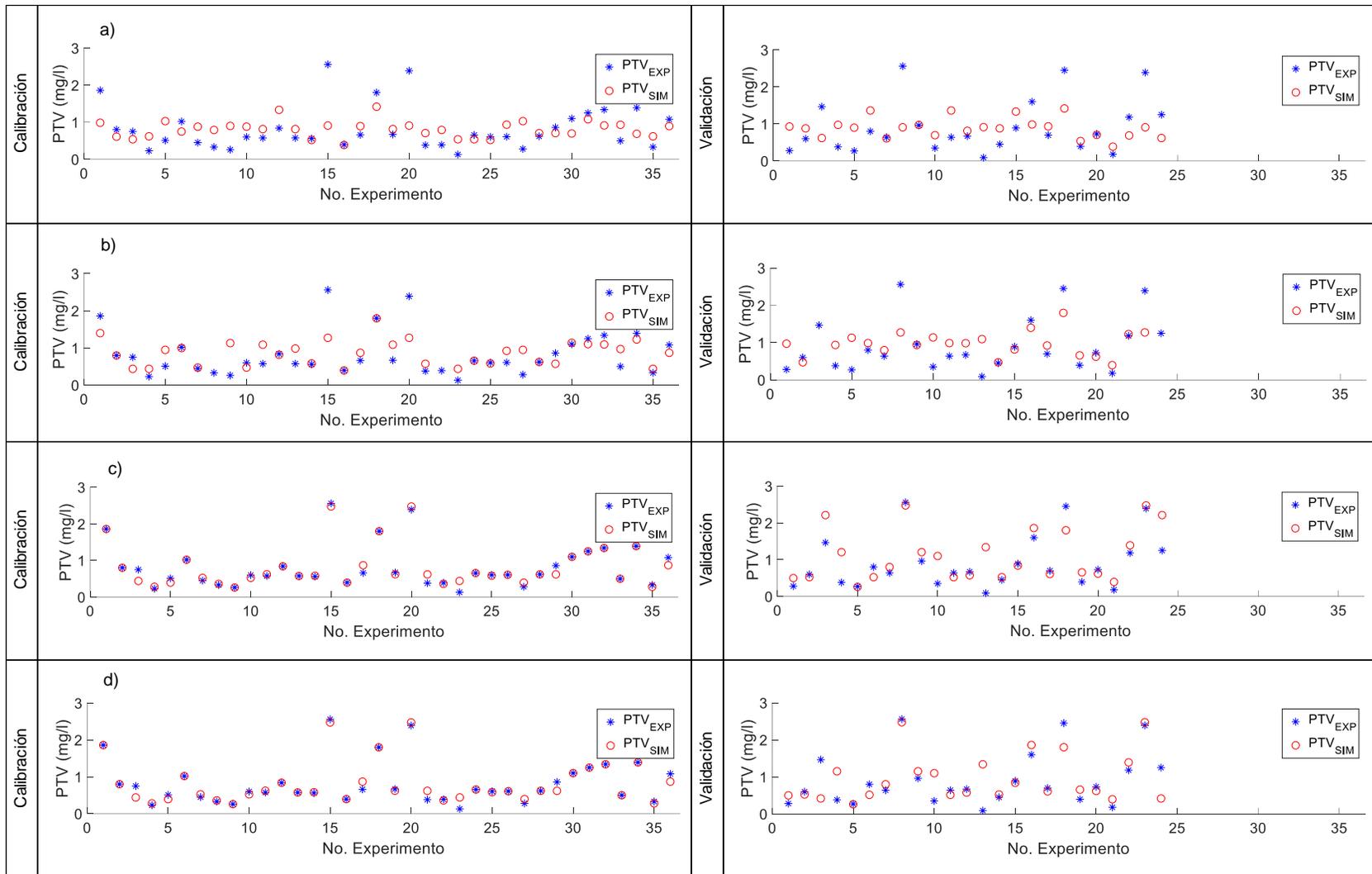


Figura 13. Comparación entre los valores medidos y los valores predichos para la variable de salida PT posterior a la calibración y validación de los modelos a) SID 1, b) SID 2, c) SID 3 y d) SID 4.

CAPITULO V

CONCLUSIONES

En cumplimiento con los objetivos planteados en este trabajo, se concluyó lo siguiente:

- Se evaluaron por medio del método estadístico AM los diversos parámetros de entrada para determinar cuáles poseían una relación estadísticamente significativa con las variables de salida DBO₅, NT y PT; dando como resultado para la DBO₅ de salida los parámetros DBO₅, DQO, NTK y PT; para el NTK de salida los parámetros DBO₅, DQO, NTK, NH₄ y PT; y en particular para el PT, no se encontró relación alguna con los parámetros de entrada.
- El modelo de lógica difusa basado en el método de SID demostró ser una herramienta eficiente para la estimación de la remoción de DBO₅, NT Y PT en los sistemas de humedales artificiales híbridos estudiados.
- El SID con el mejor desempeño (R^2 igual a 0.91876 y 0.88802 para calibración y validación, respectivamente) para predecir la remoción de DBO₅ de salida consiste de 3 entradas: DBO₅, DQO y la ER, cada una con 3 FM de tipo campana, campana y triangular, respectivamente.
- El SID con el mejor desempeño (R^2 igual a 0.9859 y 0.8791 para calibración y validación, respectivamente) para predecir la remoción de NT de salida consiste de 4 entradas: NTK, NH₄, DBO₅ y ER, cada una con 3 FM de tipo gaussiana, gaussiana, gaussiana y triangular, respectivamente.
- El SID con mejor desempeño (R^2 igual a 0.9804 y 0.8150 para calibración y validación, respectivamente) para predecir la remoción de PT de salida consiste de 4 entradas: PT, NTK, DBO₅ y ER, cada una con 2 FM de tipo campana, campana, campana y triangular.

5.1 Recomendaciones

- Llevar a cabo un monitoreo más extenso del sistema de humedales artificiales híbridos, de forma que se obtengan valores intermedios entre los de entrada (tiempo 0 días) y salida (tiempo 4 días), para poder desarrollar un modelo capaz de predecir las curvas de remoción resultantes, es decir, no solo tomar el valor final sino también los valores intermedios que ayuden a la predicción en la curva de remoción.
- Añadir como variable de entrada al modelo de SID la evapotranspiración y la precipitación, de manera que le permita predecir la influencia de los factores meteorológicos en la remoción de los contaminantes.
- Desarrollar una interfaz gráfica de usuario que permita aplicar los modelos desarrollados a personal sin experiencia previa en modelación matemática como, por ejemplo, los operadores del sistema de humedales artificiales, con miras a facilitar la operación y mantenimiento de los mismos.

CAPITULO VI

REFERENCIAS

- Aja Fernández S. (2003). “Un nuevo marco matricial para la implementación de inferencia borrosa aplicados al procesado de información no numérica” Tesis de Doctorado. Universidad de Valladolid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
- Arias Carlos A. y Brix H. (2003) “Humedales artificiales para el tratamiento de aguas residuales” Revista Ciencias e Ingeniería Neogranadina, N°13, págs. 17-24.
- Arias Hernández I., y Sulbarán Rangel, B. (2017). “Modelado de humedales artificiales empleando parámetros de calidad de agua” Tecnogestión, 14(1).
- Barón López y Téllez Montiel (Sin fecha) Apuntes de Bioestadística. Capítulo 6: Regresión múltiple. Págs. 35-37.
- Belmont, M. A., Cantellano, E., Thompson, S., Williamson, M., Sánchez, A., & Metcalfe, C. D. (2004). “Treatment of domestic wastewater in a pilot-scale natural treatment system in central Mexico”. *Ecological Engineering*, 23(4-5), 299–311. doi: 10.1016/j.ecoleng.2004.11.003
- Bojorquez Delgado G. y Bojorquez Delgado J. (2014) “Metodología para la implementación de Sistemas Difusos tipo Mamdani en lenguajes de programación de propósito general” Congreso Internacional en Ingeniería Electrónica. Mem. Electro 2014, Vol. 36, pp 318-323, Chihuahua, Chih. México. ISSN 1405-2172
- Chang N. B., Chen H. W., Ning S. K. “Identification of river water quality using the Fuzzy Synthetic Evaluation approach” *J Environ Manage* 2001;63: 293–305.
- Connor R., Cordeiro Ortigara A., Greco F., Koncagül E. y Minelli L. (2017) “Wastewater: The Untapped Resource” *The United Nations World Water Development Report*. Chapter 1, Introduction. UNESCO.

- Cooper P. F., Job G. D., Green M. B., Shutes R. B. E. (1996) "Reed beds and constructed wetlands for wastewater treatment" Medmenham, Marlow, UK: WRc Publications; 184 pp.
- Cruz Jiménez B. J. (2006). "Modelación y análisis de un sistema híbrido: Un caso de estudio con un sistema de tanques" Artículo de Investigación. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Yucatán.
- Cuadras Carles M. (Febrero, 2007) "Nuevos métodos de análisis multivariante" CMC Editions, Barcelona, España pags. 11-247.
- Cui Li-Hua, Liu Wen, Zhu Xi-zhen, Ma Mei, Huang Xi-hua y Xia Yan-yang (2006) "Performance of hybrid constructed wetland system for treating septic tank effluent". En: Journal of Environmental Sciences 18.4. pags. 665-669.
- Delgadillo, O., Camacho, A., Luis, P., & Andrade, M. (2010). "Depuración de aguas residuales por medio de humedales artificiales" Cochabamba, Bolivia: UMSS.
- De la Fuente Fernández (2011) Regresión Múltiple. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Autónoma de Madrid.
- Díaz Gustavo A., López Sotelo J. A. y Caicedo Bravo E. (2009) "Aplicación de la lógica difusa tipo dosen una planta didáctica en control de procesos industriales, respecto de las variables nivel y flujo" Sistemas & Telemática, vol. 7, núm. 13, enero-junio, 2009, pp. 13-32. Universidad ICESI Cali, Colombia.
- Duque M., Giraldo E., Martínez A., Gauthier A. Y Villa J (2000) "El uso de la Lógica Difusa para la Potabilización del Agua" Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes.
- Elektorowicz M. y Qasaimeh A. (2004) "Fuzzy Modeling Estimation of Mercury Removal by Wetland Components" Building, Civil and Environmental Engineering, Concordia University.
- Esponda A. (2001). "Arranque de un sistema experimental de flujo vertical a escala piloto de tipo humedal artificial para el tratamiento de aguas residuales" Tesis de Licenciatura. Facultad de Química. Universidad Nacional Autónoma de México, México.

- Fenoglio L. (2000). "Bases de diseño para la construcción de un reactor biológico experimental basado en los sistemas de humedales de flujo vertical" Tesis de Licenciatura. Facultad de Química. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Fonder, N. & Headley, T. (2010). "Systematic classification, nomenclature and reporting for constructed treatment wetlands" In: J. Vymazal (ed.). Water and nutrient management in natural and constructed wetlands. Springer, pags. 191-220.
- Fuzzy Logic Toolbox (2012) User's Guide, COPYRIGHT. The MathWorks, Inc.
- García López C. (2003) "Modelo basado en Lógica Difusa para la construcción de indicadores de vulnerabilidad urbana frente a fenómenos naturales" Tesis Maestría. Facultad de Ingeniería y Arquitectura. Universidad Nacional de Colombia.
- García Robles, C. A. (2007). "Evaluación de la eficiencia de los procesos de eliminación de materia orgánica y nitrógeno en un humedal artificial con flujo subsuperficial horizontal a micro-escala para el tratamiento de agua residual" Mérida, Yucatán, México: Universidad Autónoma de Yucatán.
- Gerba C. P., Thurston J. A., Falabi J. A., Watt P. M. y Karpiscak M. M. (1999) "Optimization of artificial wetlands design for removal of indicator microorganisms and pathogenic protozoa" Wat. Sci. Tech. 40, pags. 363-368.
- Grael C. E., Morris L. B. y Carrillo-Rivera J. J. (1999) "Effects of urbanization on groundwater resources of Merida, Yucatan, Mexico" En: Environmental Geology 37, pags. 303-312.
- Guzmán D. y Castaño V. M. (2006) "La lógica difusa en ingeniería: principios, aplicaciones y futuro". Ciencia y Tecnología, 24(2) pags. 87-107.
- Hair, J. Anderson, R., Tathan, R. y Black, W. (2004) "Análisis Multivariante" Madrid, España: Prentice Hall.
- Hernández Cardona M. A. (2019) "Tratamiento de aguas residuales domésticas mediante humedales artificiales híbridos en Yucatán" Tesis de Maestría, Yucatán, México. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Yucatán.

- Hui Li, Yang Z., Liu G., Casazza, M., & Yin, X. (2017). Analyzing virtual water pollution transfer embodied in economic activities based on Gray Water Footprint: A case study. *Journal of Cleaner Production*.
- Hyndman, R. J., & Koehler, A. B. (2006). "Another look at measures of forecast accuracy" *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679–688.
- Jang J. S. R., Sun C. T. y Mizutani 2. (1997) "Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A computational Approach to Learning and Machine Intelligence" Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kadlec R. y Wallace D. (2009) "Treatment Wetlands" Segunda Edición. Edit.CRC Press.
- Kivais A. K. (2001). "The potential for constructed wetlands for wastewater treatment and reuse in developing countries: a review". En: *Ecological Engineering* 16.4, pags. 545-560.
- Kotti P. I., Sylaios G. K., Tsihrintzis V. A. (2013) "Fuzzy logic models for BOD removal prediction in free-water surface constructed wetlands" Elsevier.
- Kotti P. I., Sylaios G. k., Tsihrintzis V. A. (2016) "Fuzzy Modeling for Nitrogen and Phosphorus Removal Estimation in Free-Water Surface Constructed Wetlands" *Environ. Process*.
- Langergraber, G. (2008). "Modeling of Processes in Subsurface Flow Constructed Wetlands: A Review" *Vadose Zone Journal*. 7 (2). pags. 830.
- Maguiña Pérez R. A. (2010) "Sistema de inferencia difusa basados en Lógica Borrosa: Fundamentos y caso de estudio" Universidad Nacional Mayor de San Marcos, *Revista de Investigación de Sistemas e Informática*, RISI 7(1), pags. 91–104.
- McKone T. E., Deshpande A. W. "Can fuzzy logic bring complex environmental problems into focus?" *Environ Sci Technol* 2005; 39:42A–7A.
- Mejía Quirós A., Quintero G., Campo O. (2014). "Sistema de Inferencia Basado en Lógica Difusa para la Identificación de Felicidad y Tristeza en Señales de Audio"
- Morales-Luna G. (2002) "Introducción a la lógica difusa" Centro de investigación y Estudios Avanzados del IPN (CINVESTAV-IPN).

- Moriello, Sergio A. (2002) "Computación Suave: Un nuevo paradigma para la implementación de sistemas inteligentes" en: RedCientífica
- Nivala, J., Headley T., Wallace S., Bernhard K., Brix H., Van Afferden M., & Müller, R.A. (2013). "Comparative analysis of constructed wetlands: the design and construction of the ecotechnology research facility in Langenreichenbach, Germany" *Ecological Engineering*, 61, 527-543.
- Ocampo W., Ferré-Huget N., Dominfo J. L., Schuhmacher M. (2006) "Assessing water quality in rivers with fuzzy inference systems: A case study" Elsevier.
- Pedescoll, A. (2010). "Clogging in horizontal subsurface flow constructed wetlands: measures, design factors and prevention strategies. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Catalunya.
- Pérez Ceballos R. y Pacheco Ávila J. (2004) "Vulnerabilidad del agua subterránea a la contaminación de nitratos en el estado de Yucatán Ingeniería [en línea] 2004, 8 (enero-abril); ISSN 1665-529X.
- Pérez R. (2010) "Análisis Factorial" *Psicología Experimental*, pags. 1-12.
Recuperado de la página web el 17 de Marzo de 2019 de <https://psicologiaexperimental.files.wordpress.com/2010/03/analisis-factorial.pdf>
- Rozema, E. R., VandeerZag, A., Drizo, J. D., Zheng, Y., Madani, A., & Gordon, R. (2016). "Constructed Wetlands for Agricultural Wastewater Treatment in Northeastern North America: A review" *Water*, pags. 1-14.
- Santos Peña M. y Miranda Seuscun E. (2012) "Aplicación de la lógica difusa en el ámbito de las energías renovables" Facultad de Informática, Universidad de Madrid, c/ Profesor García Santesmaes s/n 2840-Madrid, España. *Revista Elementos-Volumen 2. Número 1.*
- SEDUMA (Secretaría de Desarrollo Urbano y Medio Ambiente) (2010). Zona Metropolitana de Mérida. Mérida, México: Gobierno del Estado de Yucatán.
- SPSS Statistics 25 (2017) "Análisis Multivariable, Analisis Factorial" Disponible en <https://www.ibm.com> Recuperado en marzo 2019.

- Takagi T. y Sugeno M. (Enero 1985) "Fuzzy identifications of systems and its applications to modeling and control" IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics, vol. 1, nro. 15, pp 116-132.
- Tejeda A., Torres-Bojorges Á. X., y Zurita F. (2017). "Carbamazepine removal in three pilot-scale hybrid wetlands planted with ornamental species" Ecological Engineering, 98, pags. 410-417.
- The MathWorks, Inc (2019) "Comparison of Sugeno and Mamdani Systems" Disponible en: <https://www.mathworks.com> Recuperado el 06 de abril de 2019.
- The MathWorks, Inc. (2018) "Features – Fuzzy Logic Toolbox" Disponible en: <https://www.mathworks.com> Recuperado el 28 de octubre de 2018.
- United Nations Human Settlements Programme. (2008). "Constructed Wetlands Manual". Nepal, Katmandu: UN-Habitat.
- Villasuso N. y Méndez R. (2000) "A Conceptual Model of the Aquifer of the Yucatan Peninsula". En: Population, Development, and Environment on the Yucatan Peninsula. Austria: International Institute for Applied System Analysis. Cap. 6, pags. 120-139.
- Vymazal Jan (2001) "Types of constructed wetlands for wastewater treatment: their potential for nutrient removal" In: Vymazal J, editor. Transformations of nutrients in natural and constructed wetlands. Leiden, The Netherlands: Backhuys Publishers. pags. 1-93.
- Vyzamal Jan (2005) "Horizontal sub-surface flow and hybrid constructed wetlands systems for wastewater treatment". En: Ecological Engineering 25.5, pags. 478-490.
- Zadeh L. (1965) "Fuzzy sets," *Inform Control*, vol. 8, no. 3, pags. 338-353.
- Zurita-Martínez, F., Castellanos-Hernández, O. A., & Rodríguez-Sahagún, A. (2011). El tratamiento de las aguas residuales municipales en las comunidades rurales de México. *Revista mexicana de ciencias agrícolas*, 2(spe1), pags. 139-150.