



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN

**FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIDAD DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

**“ANÁLISIS DE LA RESISTENCIA DE LOSAS DE
VIGUETA Y BOVEDILLA”**

TESIS

PRESENTADA POR:

I.C. JESÚS ALBERTO MOO LUGO

**EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA**

OPCIÓN ESTRUCTURAS

MÉRIDA, YUCATÁN, MÉXICO

2020

Aunque este trabajo hubiere servido para el Examen de Grado y hubiera sido aprobado por el sínodo, sólo el autor es responsable de las doctrinas emitidas en él.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para realizar estos estudios de Maestría en Ingeniería.

RESUMEN

La losa de vigueta y bovedilla es el sistema de losa más utilizado en vivienda en el sureste de México. Esta losa está compuesta de viguetas, bovedillas y un firme de concreto. Este tipo de losa es un elemento presforzado compuesto ya que tiene un elemento presforzado (vigueta) y una capa de concreto colada en obra. Existen varios proveedores de viguetas y bovedillas en el sureste de México, pero son pocos los que tienen tablas de diseño para el uso de sus productos. Las tablas de diseño deberían estar fundamentadas en modelos analíticos y ensayos experimentales. Desafortunadamente, los diseñadores generalizan el uso de las tablas de diseño existentes para otros proveedores a falta de información.

El objetivo de este trabajo es analizar los factores que intervienen en la resistencia de losas de vigueta y bovedilla. Se determinó la resistencia a compresión, el módulo de ruptura y el módulo de elasticidad del concreto a diferentes edades. Se ensayaron cinco tipos de vigueta: 12-3, 12-4, 12-5, 20-5 y 20-6. Las longitudes de las viguetas ensayadas fueron entre 180 cm y 680 cm. Se elaboró un modelo analítico para calcular la carga de agrietamiento de viguetas. Se elaboró un modelo analítico para determinar la carga de diseño de losas de vigueta y bovedilla. Se realizó un análisis de sensibilidad para evaluar el efecto de las variables que intervienen en la resistencia de losas de vigueta y bovedilla.

Se obtuvieron ecuaciones para calcular la resistencia a compresión, el módulo de elasticidad y el módulo de ruptura del concreto a diferentes edades. Se obtuvieron curvas carga-desplazamiento de las viguetas ensayadas y se determinó la carga de agrietamiento y la carga última experimental. Se observó que la falla más común de las viguetas fue por flexión y se caracterizó por el aplastamiento del concreto al centro de la viga. Se elaboraron seis tablas de diseño para losas de vigueta y bovedilla en donde se varió el espesor de la capa de compresión (3, 4 y 5 cm) y la resistencia a compresión del concreto de la vigueta (300 y 350 kg/cm²).

Se concluyó que el modelo analítico de viguetas predice satisfactoriamente la carga de agrietamiento. El promedio de la relación entre la carga de agrietamiento analítica y la experimental de las viguetas fue 1.02 con un coeficiente de variación de 0.14. Las variables que más influyen en la resistencia a flexión de las losas de vigueta y bovedilla son el porcentaje de presfuerzo inicial en el acero y el espesor de la capa de compresión.

ABSTRACT

The most used floor system for housing in southeastern Mexico is the slab of prestressed concrete beams and concrete blocks. This slab is conformed of prestressed concrete beams, concrete blocks and a concrete deck slab. This type of slab is a composite prestressed element since it has a prestressed concrete beam and a cast-in-place concrete topping. There are many vendors of prestressed concrete beams and concrete blocks in southeastern Mexico, but only few vendors have design tables for their products. These design tables should be based on analytical models and experimental testing. Unfortunately, designers generalize use of existing design tables from other vendors due to the lack of information.

The objective of this work is to analyze factors that influence in the strength of slabs of prestressed concrete beams and concrete blocks. Compressive strength, modulus of elasticity and modulus of rupture of concrete at different ages were determined. Five types of prestressed concrete beams were tested: 12-3, 12-4, 12-5, 20-5 and 20-6. The span of the prestressed concrete beams tested was between 180 cm and 680 cm. An analytical model was developed to calculate the cracking load of prestressed concrete beams. An analytical model was developed to calculate the design load of slabs of prestressed concrete beams and concrete blocks. A sensitivity analysis was performed to evaluate the effect of the variables that influence in the strength of slabs of prestressed concrete beams and concrete blocks.

Equations were obtained to calculate the compressive strength, modulus of elasticity, and modulus of rupture of concrete at different ages. Load-displacement curves of the tested prestressed concrete beams were obtained and the cracking load and the ultimate load were determined. It was observed that the most common failure of the prestressed concrete beams was due to flexure and it was associated to crushing of the concrete in the center of the beam. Six design tables were developed for the slabs of prestressed concrete beams and concrete blocks, where the thickness of the concrete topping (3, 4 and 5 cm) and the compressive strength of the prestressed concrete beam (300 y 350 kg/cm²) were varied.

It was concluded that the analytical model of prestressed concrete beams satisfactorily predicts the cracking load. The average of the ratio between the analytical cracking load and the experimental cracking load of the prestressed concrete beams was 1.02 with a coefficient of variation equal to 0.14. The variables that most influence the flexural strength of slabs of prestressed concrete beams and concrete blocks are the steel initial prestress and the thickness of the concrete topping.

CONTENIDO

CAPÍTULO 1	INTRODUCCIÓN	18
1.1	Generalidades	18
1.2	Objetivos.....	19
1.2.1	Objetivo general	19
1.2.2	Objetivos específicos	19
1.3	Alcance	19
1.4	Contenido	20
CAPÍTULO 2	REVISIÓN DE LA LITERATURA	22
2.1	Introducción a los elementos presforzados.....	22
2.2	Pérdidas en la fuerza de presforzado	24
2.2.1	Pérdidas instantáneas.....	24
2.2.2	Pérdidas por contracción.....	30
2.2.3	Pérdidas por flujo plástico	32
2.2.4	Pérdidas por el relajamiento del acero	34
2.2.5	Pérdidas totales.....	35
2.3	Resistencia a flexión de elementos presforzados	35
2.4	Resistencia a cortante de elementos presforzados	37
2.5	Elementos presforzados compuestos	38
2.5.1	Losa de vigueta y bovedilla	38
2.6	Resistencia de losas de vigueta y bovedilla.....	40
2.6.1	Resistencia a flexión	40
2.6.2	Resistencia a cortante.....	41

2.7 Conclusiones de la revisión de la literatura.....	41
CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA	42
3.1 Determinación de las propiedades de los materiales	42
3.2 Elaboración de modelo analítico de viguetas.....	45
3.3 Diseño del sistema de carga e instrumentación	47
3.4 Ensaye de viguetas	48
3.5 Elaboración de modelo analítico de losas de vigueta y bovedilla	52
3.6 Elaboración de tablas de diseño de losas.....	53
CAPÍTULO 4 RESULTADOS.....	55
4.1 Propiedades de los materiales.....	55
4.2 Ensaye de viguetas	61
4.3 Tablas de diseño	65
CAPÍTULO 5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS	72
5.1 Propiedades de los materiales.....	72
5.1.1 Resistencia a compresión del concreto	72
5.1.2 Módulo de ruptura del concreto.....	73
5.1.3 Módulo de elasticidad del concreto	75
5.1.4 Relación entre el módulo de ruptura y la resistencia a compresión del concreto	76
5.1.5 Relación entre el módulo de elasticidad y la resistencia a compresión del concreto	77
5.2 Viguetas.....	79
5.2.1 Resistencia experimental de viguetas	79
5.2.2 Análisis de esfuerzos en la transferencia	82

5.3 Losas	84
5.3.1 Análisis de pérdidas por contracción y flujo plástico	84
5.3.2 Análisis de sensibilidad	86
5.3.3 Cortante vs Flexión	97
5.3.4 Comparativa con proveedor	100
CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES	102
REFERENCIAS.....	104
APÉNDICE A PROPIEDADES DE LOS MATERIALES	106
APÉNDICE B CURVAS CARGA-DESPLAZAMIENTO DE LAS VIGUETAS	110

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Esfuerzos de compresión y tensión en un elemento sometido a un momento Mq .	22
Figura 2.2 Sección de un elemento presforzado.	25
Figura 2.3 Fuerzas axiales en el concreto en cada lecho de acero.	25
Figura 2.4 Esfuerzos en el concreto debidos a la carga axial.	26
Figura 2.5 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por la fuerza $N1$ y su excentricidad $e1$.	27
Figura 2.6 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por la fuerza $N2$ y su excentricidad $e2$.	28
Figura 2.7 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por el peso propio del elemento.	29
Figura 2.8 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por la carga "q".	36
Figura 2.9 Sistema de losa de vigueta y bovedilla.	39
Figura 2.10 Sección de vigueta	39
Figura 3.1 Ensayo a compresión en máquina universal de 60 ton	43
Figura 3.2 Ensayo a compresión en máquina universal de 180 ton	43
Figura 3.3 Ensayo a compresión de un cilindro de concreto para determinar módulo de elasticidad.	44
Figura 3.4 Ensayo a tensión por flexión de una viga de concreto	44
Figura 3.5 Ensayo a tensión de una varilla de acero	45
Figura 3.6 Esquema del sistema de carga	47
Figura 3.7 Esquema de la instrumentación de una vigueta	48

Figura 3.8 Vigüeta colocada e instrumentada para el ensaye.....	49
Figura 3.9 Marcado de grietas.....	49
Figura 3.10 Vigüeta en posición invertida	49
Figura 3.11 Geometría de las vigüetas ensayadas (en cm)	51
Figura 4.1 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (1 día).....	56
Figura 4.2 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (3 días).....	57
Figura 4.3 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (7 días).....	57
Figura 4.4 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (14 días).....	58
Figura 4.5 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (28 días).....	58
Figura 4.6 Curva esfuerzo-deformación del espécimen 1	60
Figura 4.7 Curva esfuerzo-deformación del espécimen 2	60
Figura 4.8 Curva carga-desplazamiento de vigüeta 20-6 de 2 m de longitud	61
Figura 4.9 Aparición de grietas de flexión	63
Figura 4.10 Inicio del aplastamiento del concreto	63
Figura 4.11 Aplastamiento del concreto	63
Figura 4.12 Falla a cortante.....	64
Figura 4.13 Fractura del acero en vigüeta invertida	64
Figura 5.1 Relación $f_c - t_{fc} - t_{28}$ experimental y funciones analíticas	73
Figura 5.2 Relación $f_r - t_{fr} - t_{28}$ experimental y función analítica	74
Figura 5.3 Relación $E_c - t_{Ec} - t_{28}$ experimental y funciones analíticas	76
Figura 5.4 Relación $f_r - t_{fc} - t$ del concreto a diferentes edades.....	77
Figura 5.5 Relación $E_c - t_{fc} - t$ del concreto a diferentes edades	78
Figura 5.6 Curva carga-desplazamiento de vigüetas de 180 cm de claro	79

Figura 5.7 Curva carga-desplazamiento de viguetas de 680 cm de claro	80
Figura 5.8 Esfuerzos en la transferencia de la vigueta 12-5	82
Figura 5.9 Esfuerzos en la transferencia de la vigueta 20-6	83
Figura 5.10 Diseño del experimento.....	87
Figura 5.11 Efecto de la resistencia del concreto de la vigueta en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5	88
Figura 5.12 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5	89
Figura 5.13 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5.....	90
Figura 5.14 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5	91
Figura 5.15 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la vigueta en la carga de diseño de losa, para vigueta 20-6	92
Figura 5.16 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6	93
Figura 5.17 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6.....	94
Figura 5.18 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6	95
Figura 5.19 Cortante vs flexión para vigueta 12-5.....	97
Figura 5.20 Cortante vs flexión para vigueta 20-6.....	98
Figura 5.21 Cortante vs flexión para losa con vigueta 12-5 y bovedilla de 15 cm de espesor	98
Figura 5.22 Cortante vs flexión para losa con vigueta 20-6 y bovedilla de 20 cm de espesor	99

Figura B.1 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V1	110
Figura B.2 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V2	111
Figura B.3 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V3	111
Figura B.4 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V4	112
Figura B.5 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V5	112
Figura B.6 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V6	113
Figura B.7 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V7	113
Figura B.8 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V8	114
Figura B.9 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V9	114
Figura B.10 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V10	115
Figura B.11 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V11	115
Figura B.12 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V12	116
Figura B.13 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V13	116
Figura B.14 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V14	117
Figura B.15 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V15	117
Figura B.16 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V16	118
Figura B.17 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V17	118
Figura B.18 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V18	119
Figura B.19 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V19	119

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1 Descripción de la instrumentación utilizada en el ensaye de viguetas	48
Tabla 3.2 Características de las viguetas de ensaye	50
Tabla 3.3 Combinaciones de vigueta y bovedilla para tablas de diseño	54
Tabla 4.1 Resistencia a compresión de cilindros de concreto a diferentes edades	55
Tabla 4.2 Módulo de elasticidad del concreto a diferentes edades	56
Tabla 4.3 Módulo de ruptura del concreto a diferentes edades.....	59
Tabla 4.4 Propiedades del acero de presfuerzo.....	59
Tabla 4.5 Carga de agrietamiento, carga última y tipo de falla de las viguetas.....	62
Tabla 4.6 Tabla de diseño de losas de vigueta y bovedilla con resistencia a compresión de la vigueta de 300 kg/cm ² y capa de compresión de 3 cm (kg/m ²)...	66
Tabla 4.7 Tabla de diseño de losas de vigueta y bovedilla con resistencia a compresión de la vigueta de 300 kg/cm ² y capa de compresión de 4 cm (kg/m ²)...	67
Tabla 4.8 Tabla de diseño de losas de vigueta y bovedilla con resistencia a compresión de la vigueta de 300 kg/cm ² y capa de compresión de 5 cm (kg/m ²)...	68
Tabla 4.9 Tabla de diseño de losas de vigueta y bovedilla con resistencia a compresión de la vigueta de 350 kg/cm ² y capa de compresión de 3 cm (kg/m ²)...	69
Tabla 4.10 Tabla de diseño de losas de vigueta y bovedilla con resistencia a compresión de la vigueta de 350 kg/cm ² y capa de compresión de 4 cm (kg/m ²)...	70
Tabla 4.11 Tabla de diseño de losas de vigueta y bovedilla con resistencia a compresión de la vigueta de 350 kg/cm ² y capa de compresión de 5 cm (kg/m ²)...	71
Tabla 5.1 Resistencia a compresión del concreto de las viguetas	72
Tabla 5.2 Módulo de ruptura del concreto de las viguetas	74
Tabla 5.3 Módulo de elasticidad del concreto de las viguetas.....	75

Tabla 5.4 Relación entre el módulo de ruptura y la resistencia a compresión	76
Tabla 5.5 Relación entre el módulo de elasticidad y la resistencia a compresión ...	78
Tabla 5.6 Comparación entre carga de agrietamiento experimental y analítica	81
Tabla 5.7 Ecuaciones para calcular ε_{sh} de distintos autores	84
Tabla 5.8 Pérdidas por contracción de distintos autores para vigueta 12-5	85
Tabla 5.9 Ecuaciones para calcular C_f de distintos autores	85
Tabla 5.10 Pérdidas por flujo plástico de distintos autores para vigueta 12-5.....	86
Tabla 5.11 Efecto de la resistencia del concreto de la vigueta en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5	88
Tabla 5.12 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5.....	89
Tabla 5.13 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5.....	90
Tabla 5.14 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5	91
Tabla 5.15 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la vigueta en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6.....	92
Tabla 5.16 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6.....	93
Tabla 5.17 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6.....	94
Tabla 5.18 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6	95
Tabla 5.19 Relación $W_{cr}W_{cr p}$ de losas con capa de compresión de 3 cm de espesor	101

Tabla A.1 Resistencia a compresión promedio de los cilindros de la barcada B1.	106
Tabla A.2 Resistencia a compresión promedio de los cilindros de la barcada B2.	107
Tabla A.3 Módulo de elasticidad promedio del concreto	108
Tabla A.4 Módulo de ruptura promedio del concreto.....	109

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

1.1 Generalidades

En la industria de la construcción de México se utilizan distintos tipos de losa: macizas, nervadas, aligeradas, acanalada de acero, placa fácil, entre otras. En el sureste del país el tipo de losa más utilizado para viviendas es el sistema de losa de vigueta y bovedilla. Es un tipo de losa nervada y está compuesta por viguetas, bovedillas y una capa de compresión de concreto. Las viguetas están hechas de concreto y acero presforzado de alta resistencia. Generalmente, las bovedillas son de concreto vibrocomprimido. Las viguetas y la capa de compresión son los que contribuyen a la resistencia del sistema de losa.

Entre las ventajas de la losa de vigueta y bovedilla está su facilidad y rapidez constructiva, reducción de mano de obra, así como un menor consumo de concreto y madera para la cimbra y apuntalamiento. Otras ventajas son su aislamiento acústico, aislamiento térmico, menor peso que una losa maciza, facilidad constructiva para que sea apoyada sobre otros sistemas estructurales, entre otras.

En el sureste de México existen numerosos fabricantes de viguetas y bovedillas. Sin embargo, solamente un número reducido de las fábricas de viguetas tienen tablas de diseño para el sistema de losas de vigueta y bovedilla. Adicionalmente, no se cuenta con información pública sobre resultados de ensayos experimentales que validen la resistencia del sistema de losa de vigueta y bovedilla. Es pertinente señalar que las tablas de diseño sólo son válidas para la fábrica de viguetas que la realizó, ya que son función de las propiedades de los materiales que utilizan y de su proceso de fabricación. Por lo tanto, no se debe generalizar el uso de las tablas de diseño del sistema de vigueta y bovedilla, extrapolando los valores de diseño para distintas plantas de fabricación.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Analizar los factores que intervienen en la resistencia de losas de vigueta y bovedilla.

1.2.2 Objetivos específicos

- Determinar las propiedades básicas de los materiales utilizados en la elaboración de viguetas.
- Desarrollar un modelo analítico para predecir la resistencia a flexión y cortante de viguetas.
- Desarrollar un modelo analítico para predecir la resistencia a flexión y cortante de losas de vigueta y bovedilla.
- Determinar experimentalmente la resistencia de viguetas.
- Elaborar tablas de diseño de losas de vigueta y bovedillas, considerando diferentes tipos de vigueta, bovedillas y claros.

1.3 Alcance

Este trabajo de investigación está enfocado en las viguetas producidas en una planta de fabricación de la Península de Yucatán. Las viguetas que se ensayaron son: 12-3, 12-4, 12-5, 20-5 y 20-6 (peralte en cm – número de alambres). Se desarrollaron modelos analíticos para determinar la resistencia a flexión y cortante de viguetas y de losas de vigueta y bovedilla. Dentro de los modelos analíticos se determinan los esfuerzos de tensión y compresión para diferentes etapas en el ciclo de vida de viguetas y de losas de vigueta y bovedilla.

1.4 Contenido

Este trabajo está conformado por seis capítulos, organizados de la siguiente manera:

Capítulo 1. Se presentan las generalidades, el objetivo general, los objetivos específicos y el alcance de este trabajo.

Capítulo 2. Se presenta el comportamiento de viguetas presforzadas, las bases teóricas de la resistencia a flexión y cortante de viguetas y la reglamentación existente para los elementos que conforman la losa. Se finaliza este capítulo con las conclusiones realizadas a partir de la revisión de la literatura.

Capítulo 3. Se presenta la metodología empleada para realizar los estudios experimentales y analíticos de este trabajo. Estos estudios incluyen la determinación de las propiedades básicas de los materiales, la elaboración del modelo analítico para la determinación de la resistencia de viguetas y losas, el ensaye de viguetas y la elaboración de tablas de diseño de losas.

Capítulo 4. Se presentan los resultados experimentales de las propiedades de los materiales: resistencia a compresión del concreto, módulo de ruptura del concreto, módulo de elasticidad del concreto, resistencia a tensión del acero, módulo de elasticidad del acero, esfuerzo de fluencia del acero. Se presentan los resultados de la resistencia de las viguetas ensayadas en posición normal e invertida. Se presentan los resultados del modelo analítico de viguetas y losas. Finalmente, se presentan tablas de diseño considerando diferentes tipos de viguetas, bovedilla, valores del espesor de la capa de compresión de concreto y resistencia a compresión axial de la vigueta.

Capítulo 5. Se desarrollan ecuaciones para determinar la resistencia a compresión, el módulo de elasticidad y el módulo de ruptura del concreto a diferentes edades. Se desarrollan ecuaciones para determinar el módulo de ruptura y el módulo de elasticidad del concreto a partir de la resistencia a compresión del concreto. Se presenta el análisis de los resultados del ensaye de viguetas. Se presenta un análisis de sensibilidad de las variables que influyen en la resistencia de las losas. Se

comparan los valores de diseño obtenidos en este trabajo con los de otro proveedor de la región.

Capítulo 6. Se presentan las conclusiones de este trabajo.

CAPÍTULO 2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Introducción a los elementos presforzados

Cuando un elemento estructural es sometido a una carga q se produce un momento flexionante M_q , como se presenta en la Figura 2.1. Debido a M_q se produce un esfuerzo de tensión en la parte inferior de la sección y un esfuerzo de compresión en la parte superior de la sección. El concreto es un material que resiste esfuerzos de compresión relativamente altos, en contraste con su resistencia a la tensión que es baja. Por lo tanto, si el elemento mostrado en la Figura 2.1 fuera de concreto, es muy probable que la resistencia del elemento esté controlada por los esfuerzos de tensión.

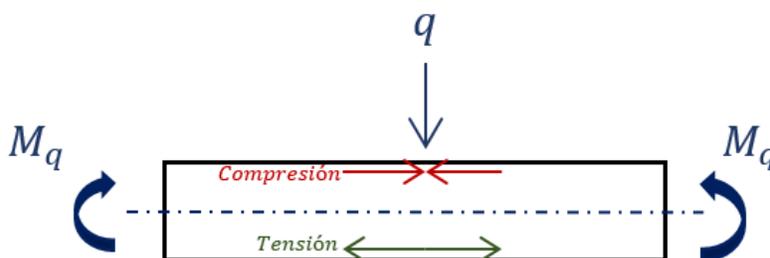


Figura 2.1 Esfuerzos de compresión y tensión en un elemento sometido a un momento M_q .

El concepto original del concreto presforzado consistió en introducir en vigas suficiente pre-compresión axial para eliminar en el elemento cargado todos los posibles esfuerzos de tensión que actúan en el concreto. Sin embargo, a medida que se ha desarrollado el conocimiento de esta forma de construcción, se han encontrado otros usos. Variando el presfuerzo de compresión se puede limitar el número y ancho de grietas, así como controlar la deflexión del elemento. En particular, se pueden diseñar vigas con deflexión nula para una combinación específica de presfuerzo y cargas externas. El presforzado permite reducir o eliminar: los esfuerzos de tensión diagonal en las vigas, la tensión tangencial en los recipientes para almacenaje líquido y tuberías, los esfuerzos de tensión debidos a la carga o a la contracción en pavimentos, o la tensión que obra por el cargado excéntrico de las columnas.

De acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTC-C) (GCM, 2017), deberá usarse concreto clase 1 en la fabricación de elementos presforzados y parcialmente presforzados. El concreto clase 1 es aquel con peso volumétrico en estado fresco superior a 2.2 ton/m^3 y una resistencia especificada, f'_c , igual o mayor que 250 kg/cm^2 . En las NTC-C se consideran los siguientes elementos de acero para presfuerzo:

- Alambre: Refuerzo de acero de presfuerzo que se suministra en forma de rollos.
- Barra: Refuerzo de acero que puede ser de presfuerzo que comúnmente se suministra en tramos rectos.
- Torón: Grupo de alambres torcidos en forma de hélice alrededor de un alambre recto longitudinal.
- Cable: Elemento formado por varios alambres o torones.
- Tendón: Elemento utilizado para transmitir presfuerzo, que puede estar formado por alambres, barras o torones individuales o grupos de éstos.

Los elementos pueden ser presforzados con dos métodos: pretensado o postensado. Los elementos pretensados se producen tensando los tendones antes de vaciar el concreto. Al endurecerse el concreto fresco, se adhiere al acero. Cuando el concreto alcanza la resistencia requerida, se retira la fuerza presforzante aplicada por actuadores y esa misma fuerza es transmitida por adherencia del acero al concreto. En los elementos de concreto postensados, se esfuerzan los tendones después de que ha endurecido el concreto, cuando se ha alcanzado suficiente resistencia (Nilson, 1982).

2.2 Pérdidas en la fuerza de presforzado

La fuerza de presforzado es aquella que se aplica a los tendones de acero de un elemento y su magnitud varía con el tiempo. Primero existe una fuerza aplicada por los actuadores (P_j) sobre los tendones de acero. Esta fuerza se va reduciendo debido a las pérdidas que se presentan a lo largo de la vida útil del elemento. Las pérdidas en la fuerza de presforzado se dividen en dos categorías: pérdidas instantáneas y pérdidas a largo plazo.

En el momento de transferencia de la fuerza de presforzado del actuador a los accesorios de anclaje que sujetan al tendón, hay una reducción inmediata en la fuerza (debido al deslizamiento de los accesorios de anclaje). Existe también una pérdida instantánea de esfuerzo por el acortamiento elástico del concreto. Otra fuente de pérdida instantánea de fuerza de presforzado es la fricción entre el acero y el conducto por el que pasa éste, al ser estirado por el tendón. Debido a las pérdidas instantáneas, la fuerza inicial (P_j), se reduce a un valor conocido como la fuerza inicial de presforzado (P_i).

Debido al paso del tiempo, se reduce aún más el esfuerzo en el acero. Las causas principales de estas pérdidas son la contracción y el flujo plástico del concreto. Adicionalmente, el acero experimenta un relajamiento gradual de esfuerzo al mantenerse bajo una deformación casi constante. La fuerza resultante después de todas las pérdidas se conoce como fuerza efectiva de presforzado (P_e).

2.2.1 Pérdidas instantáneas

Existen tres fuentes de pérdidas instantáneas: deslizamiento del anclaje, fricción entre el acero y el conducto, y el acortamiento elástico del concreto. En el caso de las viguetas, únicamente se presenta el acortamiento elástico del concreto, el cual se describe a continuación.

Cuando la fuerza del presfuerzo se transfiere a un elemento, existirá un acortamiento elástico en el concreto a medida en que éste se comprime. A continuación se presenta el cálculo de las pérdidas debidas al acortamiento elástico del concreto

considerando un elemento de concreto presforzado con dos lechos de acero, cuya sección se presenta en la Figura 2.2.

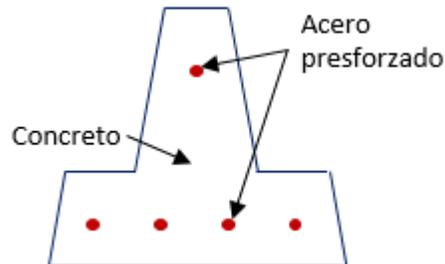


Figura 2.2 Sección de un elemento presforzado.

Se puede representar la fuerza de presforzado en cada lecho de acero como se presenta en la Figura 2.3. En esta figura, N_1 y N_2 son las fuerzas de presforzado, y, e_1 y e_2 son sus respectivas excentricidades con respecto al eje centroidal de la viga (línea punteada).



Figura 2.3 Fuerzas axiales en el concreto en cada lecho de acero.

Se puede determinar la pérdida del presfuerzo, calculando el esfuerzo en el concreto en el mismo punto en dónde se encuentran los lechos de acero. Como las deformaciones unitarias son iguales en el acero y en el concreto, se puede calcular el esfuerzo en el acero debido al acortamiento elástico del concreto (σ_{Sae}) a partir del esfuerzo en el concreto debido al acortamiento elástico (σ_{Cae}) por medio de la ecuación 2.1.

$$\sigma_{Sae} = \frac{E_s}{E_c} \sigma_{Cae} \quad (2.1)$$

En la ecuación 2.1 E_s es el módulo de elasticidad del acero y E_c es el módulo de elasticidad del concreto.

El esfuerzo en el concreto y en el acero se puede calcular como la sumatoria de:

- Esfuerzos debidos a la carga axial de presfuerzo
- Esfuerzos debidos al momento generado por la fuerza excéntrica N_1 .
- Esfuerzos debidos al momento generado por la fuerza excéntrica N_2 .
- Esfuerzos debidos al momento generado por el peso propio del elemento.

Esfuerzos debidos a la carga axial de presfuerzo

Para calcular este esfuerzo (σ), se divide la carga axial (N) entre el área de la sección (A) (ecuación 2.2). La carga axial está dada por la suma de las fuerzas N_1 y N_2 . En la Figura 2.4 se presenta la distribución de esfuerzos constante asociada a la ecuación 2.2.

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{N_1 + N_2}{A} \quad (2.2)$$

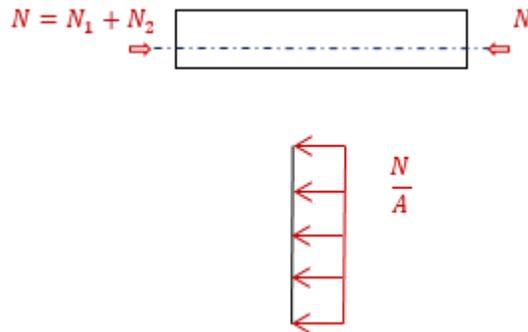


Figura 2.4 Esfuerzos en el concreto debidos a la carga axial.

Esfuerzos debidos al momento generado por la fuerza N_1

Para calcular el esfuerzo producido por el momento (M) generado por la fuerza de presfuerzo N_1 se asume que secciones planas permanecen planas y se utiliza la ecuación 2.3. En la Figura 2.3 se presenta el momento que genera la fuerza de presfuerzo excéntrica con respecto al eje centroidal, y la distribución de esfuerzos.

$$\sigma = \frac{M y}{I} = \frac{N_1 e_1 y}{I} \quad (2.3)$$

En la ecuación 2.3 y es la posición a la cual se determina el esfuerzo e I es el momento de inercia de la sección. Si se sustituye el valor de las excentricidades en y , se obtienen los valores de los esfuerzos en la posición donde se localiza el acero de presfuerzo que se indica en la Figura 2.5.

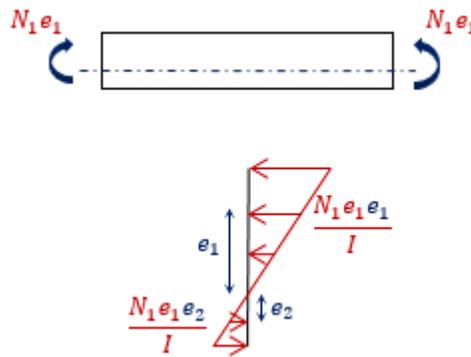


Figura 2.5 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por la fuerza N_1 y su excentricidad e_1 .

Esfuerzos debidos al momento generado por la fuerza N_2

Para calcular el esfuerzo producido por el momento generado por la fuerza de presfuerzo N_2 , se sustituye la ecuación 2.3 con la fuerza N_2 y su excentricidad e_2 (ecuación 2.4).

$$\sigma = \frac{M y}{I} = \frac{N_2 e_2 y}{I} \quad 2.4$$

Si se sustituye el valor de las excentricidades en y , se obtienen los valores de los esfuerzos en la posición donde se localiza el acero de presfuerzo que se indica en la Figura 2.6.

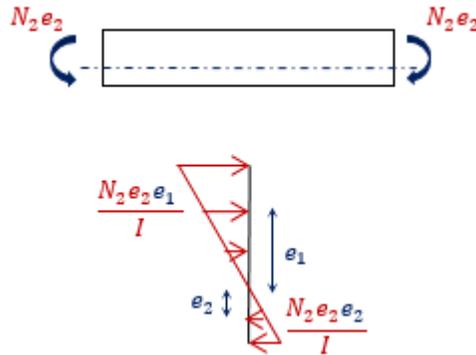


Figura 2.6 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por la fuerza N_2 y su excentricidad e_2 .

Esfuerzos debidos al momento generado por el peso propio del elemento

Para calcular el esfuerzo producido por el momento generado por el peso propio del elemento (M_{pp}), se utiliza la ecuación 2.3. El momento M_{pp} se calcula considerando una viga simplemente apoyada con una carga uniformemente distribuida; esta carga se calcula con el peso volumétrico del concreto presfuerzo y la sección transversal. Sustituyendo el valor de M_{pp} en la ecuación 2.3 se obtiene la ecuación 2.5.

$$\sigma = \frac{M y}{I} = \frac{M_{pp} y}{I} \quad (2.5)$$

Si se sustituye el valor de las excentricidades en y , se obtienen los valores de los esfuerzos en la posición donde se localiza el acero de presfuerzo que se indica en la Figura 2.7.

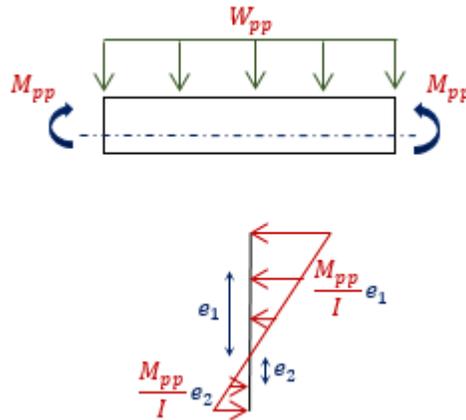


Figura 2.7 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por el peso propio del elemento.

Finalmente, los esfuerzos en el concreto se calculan con la superposición de los esfuerzos, como se indica en las ecuaciones 2.6 y 2.7. Estas ecuaciones permiten hallar los esfuerzos en el concreto debidos a las fuerzas de presfuerzo en el acero y al peso propio del elemento. La ecuación 2.6 corresponde al esfuerzo en el concreto en e_1 (σ_{cae1}) y la ecuación 2.7 en e_2 (σ_{cae2}). Estos esfuerzos se utilizan para determinar el acortamiento elástico. La convención de signos para los esfuerzos es compresión positiva y tensión negativa. La convención de signos para el momento es momento positivo si hay compresión en las fibras superiores. La convención de signos para las excentricidades es positiva para posiciones arriba del eje neutro. Por lo tanto, el momento $N_1 e_1$ es positivo, el momento $N_2 e_2$ es negativo y el momento M_{pp} es positivo.

$$\sigma_{cae1} = \frac{N_1 + N_2}{A} + \frac{N_1 e_1 e_1}{I} + \frac{N_2 e_2 e_1}{I} + \frac{M_{pp} e_1}{I} \quad (2.6)$$

$$\sigma_{cae2} = \frac{N_1 + N_2}{A} + \frac{N_1 e_1 e_2}{I} + \frac{N_2 e_2 e_2}{I} + \frac{M_{pp} e_2}{I} \quad (2.7)$$

Se sustituyen los valores del esfuerzo en el concreto σ_{cae1} y σ_{cae2} obtenidos con las ecuaciones 2.6 y 2.7, respectivamente, en la ecuación 2.1 para obtener los valores del esfuerzo en el acero debido al acortamiento elástico en e_1 (σ_{sae1}) y e_2 (σ_{sae2}) (ecuaciones 2.8 y 2.9, respectivamente).

$$\sigma_{Sae1} = \frac{E_s}{E_c} \sigma_{Cae1} \quad (2.8)$$

$$\sigma_{Sae2} = \frac{E_s}{E_c} \sigma_{Cae2} \quad (2.9)$$

2.2.2 Pérdidas por contracción

La contracción por secado del concreto provoca una reducción en la deformación del acero de presfuerzo igual a la deformación por contracción del concreto. La reducción de esfuerzo resultante en el acero constituye una componente importante en la pérdida del presfuerzo.

De acuerdo a las NTC-C (GCM, 2017), la deformación por contracción (ε_{sh}) se supondrá igual a 0.001. Nilson (1982) recomienda una deformación por contracción para concreto curado con humedad de 0.0008 ante la ausencia de datos específicos, y para concretos curados a vapor un valor de 0.00073. Collins (1997) propone la ecuación 2.10 para calcular la deformación por contracción a partir de un factor de tamaño (k_s), un factor de humedad relativa (k_h) y el tiempo después de la aplicación de la carga (t) en días.

$$\varepsilon_{sh} = -k_s k_h \left(\frac{t}{55 + t} \right) 0.56 \times 10^{-3} \quad (2.10)$$

Park y Paulay (1988) proponen la ecuación 2.11 para calcular la deformación por contracción (ε_{sh}) a partir de la deformación por contracción última (ε_{shu}). El valor de ε_{shu} está comprendido entre 0.000415 y 0.00107, con un valor promedio de 0.0008 para concreto curado con humedad. En ausencia de datos específicos del concreto a utilizar se puede usar el valor promedio.

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} S_t S_h S_{th} S_s S_f S_e S_c \quad (2.11)$$

Esta ecuación es función de factores que toman en consideración diversos parámetros que influyen en la contracción. A continuación se presentan las

ecuaciones para calcular dichos parámetros (Park y Paulay 1988; ACI Comité 209 1997):

- Factor del tiempo de contracción (S_t). Depende del tiempo después de la aplicación de la carga (t) en días (ecuación 2.12).

$$S_t = \frac{t}{35 + t} \quad (2.12)$$

- Factor de humedad relativa (S_h). Depende de la humedad relativa de la región (H) en porcentaje (ecuación 2.13)

$$\begin{cases} S_h = 1.4 - 0.01H & \text{para } 40 < H < 80\% \\ S_h = 3.0 - 0.03H & \text{para } 80 < H < 100\% \end{cases} \quad (2.13)$$

- Factor del espesor mínimo del elemento (S_{th}). Depende del espesor mínimo del elemento (ecuación 2.14).

$$S_{th} = 1 \text{ para } 15 \text{ cm o menos y } 0.84 \text{ para } 23 \text{ cm} \quad (2.14)$$

- Factor del revenimiento del concreto (S_s). Depende del revenimiento del concreto (s) en mm (ecuación 2.15).

$$S_s = 0.89 + 0.00161s \quad (2.15)$$

- Factor del porcentaje de finos (S_f). Depende de la relación del peso del agregado fino entre el peso total de agregados, (ψ) en porcentaje (ecuación 2.16).

$$\begin{cases} S_f = 0.30 + 0.014\psi & \text{Si } \psi \leq 50 \\ S_f = 0.90 + 0.002\psi & \text{Si } \psi > 50 \end{cases} \quad (2.16)$$

- Factor del porcentaje de aire (S_e). Depende del contenido de aire (α) en porcentaje (ecuación 2.17).

$$S_e = 0.95 + 0.008\alpha \quad (2.17)$$

- Factor del contenido de cemento (S_c). Depende del contenido de cemento (c) en kg/m^3 (ecuación 2.18).

$$S_c = 0.75 + 0.00061c \quad (2.18)$$

Para calcular las pérdidas de esfuerzo por contracción (σ_{sc}) se multiplica el valor de la deformación por contracción (ε_{sh}) por el módulo de elasticidad del acero de presfuerzo (E_s), como se indica en la ecuación 2.19.

$$\sigma_{sc} = E_s \varepsilon_{sh} \quad (2.19)$$

2.2.3 Pérdidas por flujo plástico

El concreto bajo esfuerzo sufre con el tiempo un aumento gradual de deformación, debido al flujo plástico. La deformación final puede ser varias veces mayor que la deformación inicial. El coeficiente de flujo plástico es el que relaciona este aumento de deformaciones.

Las NTC-C (GCM, 2017) recomiendan para concreto clase 1 un valor de coeficiente de flujo plástico igual a 2.0 y para concreto clase 2 igual a 4.0. Por su parte, Nilson (1982) recomienda que cuando no se disponga de información específica se puede usar un valor promedio de 2.35. Collins (1997) propone la ecuación 2.20 para calcular el coeficiente de flujo plástico a partir de un factor de tamaño (k), la humedad relativa (H), el tiempo inicial al que se aplica la carga (t_i) y el tiempo después de la aplicación de la carga (t) en días.

$$C_f = 3.5k \left(1.58 - \frac{H}{120} \right) t_i^{-0.118} \frac{(t - t_i)^{0.6}}{10 + (t - t_i)^{0.6}} \quad (2.20)$$

Park y Paulay (1988) proponen la ecuación 2.21 para calcular el coeficiente de flujo plástico (C_f) a partir del coeficiente de flujo plástico último (C_u). El valor de C_u está

comprendido entre 1.3 y 4.15 con un valor promedio 2.35. En ausencia de datos específicos del concreto a utilizar se puede usar el valor promedio.

$$C_f = C_u K_t K_a K_h K_{th} K_s K_f K_e \quad (2.21)$$

Esta ecuación es función de factores que toman en consideración diversos parámetros que influyen en el flujo plástico. A continuación se presentan las ecuaciones para calcular dichos parámetros (Park y Paulay 1988; ACI Comité 209 1997):

- Factor de duración de la carga (K_t). Depende del tiempo después de la aplicación de la carga (t) en días (ecuación 2.22).

$$K_t = \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \quad (2.22)$$

- Factor de edad a la carga (K_a). Depende del tiempo inicial de aplicación de la carga (t_i) en días (ecuación 2.23).

$$K_a = 1.25 t_i^{-0.118} \quad (2.23)$$

- Factor de humedad relativa (K_h). Depende de la humedad relativa (H) en porcentaje (ecuación 2.24).

$$K_h = 1.27 - 0.0067H \quad \text{para } H > 40\% \quad (2.24)$$

- Factor del espesor mínimo del elemento (K_{th}). Depende del espesor mínimo del elemento (ecuación 2.25).

$$K_{th} = 1 \text{ para } 15 \text{ cm o menos y } 0.82 \text{ para } 30 \text{ cm} \quad (2.25)$$

- Factor del revenimiento del concreto (K_s). Depende del revenimiento del concreto (s) en mm (ecuación 2.26).

$$K_s = 0.82 + 0.00264s \quad (2.26)$$

- Factor de porcentaje de finos (K_f). Depende de la relación del peso del agregado fino entre el peso total de agregados, (ψ) en porcentaje (ecuación 2.27).

$$K_f = 0.88 + 0.0024\psi \quad (2.27)$$

- Factor de contenido de aire (K_e). Depende del contenido de aire (α) en porcentaje (ecuación 2.28).

$$K_e = 0.46 + 0.09\alpha \geq 1 \quad (2.28)$$

Se aplica la ecuación 2.29 para calcular el esfuerzo perdido debido el flujo plástico (σ_{sf}) sustituyendo el valor del coeficiente de flujo plástico (C_f), la relación modular entre el concreto y el acero (n), y el esfuerzo que se genera en el concreto (f_{cs}).

$$\sigma_{sf} = C_f n f_{cs} \quad (2.29)$$

El esfuerzo f_{cs} es aquel correspondiente al nivel del centroide del acero, cuando se encuentran actuando la fuerza pretensora excéntrica más todas las cargas sostenidas. Se pueden emplear las ecuaciones 2.6 y 2.7, sólo que M_{pp} deberá reemplazarse por el momento debido a todas las cargas muertas, más aquel debido a aquella porción de la carga viva que se considere sostenida (Nilson, 1982).

2.2.4 Pérdidas por el relajamiento del acero

Los tendones de presfuerzo se mantienen esforzados esencialmente con longitud constante durante la vida de un elemento, a pesar de que existe alguna reducción de longitud debido al flujo plástico y la contracción del concreto. Existirá una reducción gradual del esfuerzo en el acero bajo estas condiciones debido al relajamiento, aun cuando la longitud se mantenga casi constante. La magnitud del relajamiento depende de la intensidad del esfuerzo en el acero, del tiempo y de la

relación entre el esfuerzo reducido al esfuerzo inicial. El esfuerzo en el acero debido al relajamiento se puede calcular con la ecuación 2.30.

$$\sigma_{Srel} = f_{pi} \frac{\log t}{10} \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) \quad (2.30)$$

Dónde f_{pi} es el esfuerzo axial obtenido al dividir la carga axial entre el área del acero, t es el tiempo en horas, y f_{py} es el esfuerzo de fluencia del acero. Las pérdidas por relajamiento disminuyen debido a los efectos de la contracción y el flujo plástico del concreto, los cuales reducen la intensidad del esfuerzo en el acero. Esta interacción puede tomarse en cuenta de manera aproximada sustituyendo $0.90 f_{pi}$ en lugar de f_{pi} en la ecuación 2.30 (Nilson, 1982).

2.2.5 Pérdidas totales

Las pérdidas totales se obtienen sumando todas las pérdidas de presfuerzo: instantáneas y dependientes del tiempo. En elementos pretensados las pérdidas totales se pueden calcular con la ecuación 2.31.

$$\sigma_{ST} = \sigma_{Sae} + \sigma_{Sc} + \sigma_{Sf} + \sigma_{Srel} \quad (2.31)$$

Estas pérdidas se tienen que calcular para cada lecho de acero, pudiendo tener distintos valores en cada uno. Por último, al esfuerzo inicial suministrado por el actuador (f_j) se le resta las pérdidas totales (σ_{ST}) para obtener el esfuerzo efectivo (f_{pe}) (ecuación 2.32). El esfuerzo del actuador se calcula como la fuerza del actuador (P_j) entre el área de acero (A_s).

$$f_{pe} = f_j - \sigma_{ST} \quad (2.32)$$

2.3 Resistencia a flexión de elementos presforzados

En el análisis por flexión de un elemento presforzado se pueden tener dos estados de falla: la carga de agrietamiento y la carga última. La carga de agrietamiento es aquella carga que le introduce al elemento un momento tal que los esfuerzos de

tensión en el concreto alcanzan el módulo de ruptura del concreto (f_r). Por consiguiente, se produce el agrietamiento del concreto en la zona de tensión. Por otra parte, la carga última es la carga máxima que el concreto puede soportar. Generalmente, la carga última está asociada al aplastamiento del concreto.

Para el cálculo de la carga de agrietamiento primero se obtiene el momento de agrietamiento. Se utilizan los esfuerzos presentados en la ecuación 2.7, añadiendo el esfuerzo que se presenta debido a la aplicación de una carga “ q ” (Figura 2.8).

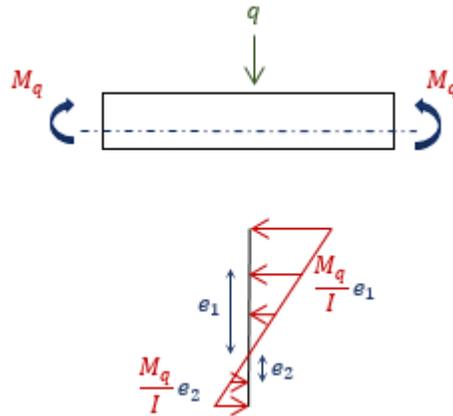


Figura 2.8 Esfuerzos en el concreto debidos al momento generado por la carga “ q ”.

Los esfuerzos en el concreto en la zona inferior de la sección (donde se alcanzará el mayor esfuerzo a tensión en el concreto) se pueden determinar con la ecuación 2.33.

$$\sigma_T = \frac{N_1 + N_2}{A} + \frac{N_1 e_1 y_c}{I} + \frac{N_2 e_2 y_c}{I} + \frac{M_{pp} y_c}{I} + \frac{M_q y_c}{I} \quad (2.33)$$

Donde y_c es la distancia del eje neutro centroidal de la sección a la fibra más alejada en tensión del concreto, N_1 y N_2 es la fuerza de presforzado considerando las pérdidas y M_q es el momento que se genera debido a la aplicación de la carga q . Se desconoce la carga q y por consiguiente M_q . Para calcular M_q se utiliza la ecuación 2.34, que se obtiene igualando σ_T y f_r (módulo de ruptura). Se despeja M_q de la ecuación 2.34 y se renombra como el momento de agrietamiento M_{cr} (ecuación 2.35).

$$-f_r = \frac{N_1 + N_2}{A} + \frac{N_1 e_1 y_c}{I} + \frac{N_2 e_2 y_c}{I} + \frac{M_{pp} y_c}{I} + \frac{M_{cr} y_c}{I} \quad (2.34)$$

$$M_{cr} = -\left(f_t + \frac{N_1 + N_2}{A}\right) \frac{I}{y_c} - N_1 e_1 - N_2 e_2 - M_{pp} \quad (2.35)$$

2.4 Resistencia a cortante de elementos presforzados

Para determinar la resistencia a cortante (V_{cr}) se puede utilizar la teoría del círculo de Mohr en la cual se determinan los esfuerzos principales. Collins (1997) presenta este desarrollo y resume el cálculo con la ecuación 2.36.

$$V_{cr} = f_{cr} \sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{f_{cr}} bd} + V_p \quad (2.36)$$

Dónde f_{cr} es la resistencia a tensión del concreto (Collins, 1997) calculado con la ecuación 2.37 (utilizar f'_c en kg/cm^2), f_{pc} es el presfuerzo en el concreto resultado de dividir la fuerza efectiva de presforzado (P_e) entre el área de concreto, bd es el área de la sección, y V_p es la componente del presfuerzo vertical que se genera cuando los tendones tienen curvatura a lo largo del elemento (para elementos con tendones completamente rectos $V_p = 0$).

$$f_{cr} = 1.1\sqrt{f'_c} \quad (2.37)$$

Por otra parte en las NTC-C (GCM, 2017) se proponen las ecuaciones 2.38, 2.39 y 2.40 para determinar la resistencia a cortante. Las tres ecuaciones están en kg/cm^2 .

$$V_{cr} = \left(0.15\sqrt{f'_c} + 50\frac{Vd_p}{M}\right) bd \quad (2.38)$$

$$V_{cr} = 0.5\sqrt{f'_c} bd \quad (2.39)$$

$$V_{cr} = 1.4\sqrt{f'_c} bd \quad (2.40)$$

Dónde d_p es la distancia del centroide del acero a la fibra más alejada en compresión, y V/M es la relación entre el cortante y el momento que se genera en el elemento. El valor de V_{cr} corresponde al que resulte menor de los tres valores de las ecuaciones 2.38, 2.39 y 2.40.

2.5 Elementos presforzados compuestos

Un elemento presforzado compuesto se refiere a una construcción en la cual un elemento de concreto presforzado actúa en combinación con concreto colado posteriormente en obra y ligado a él. A menudo, el elemento presforzado es una losa pretensada o una viga. En tales casos, se emplea una losa relativamente delgada de remate, a menudo sin refuerzo aunque a veces reforzada con malla de alambre. La losa colada en obra cumple con los requisitos funcionales de proporcionar una superficie lisa y útil, además de rigidizar y reforzar al elemento presforzado.

La construcción compuesta ofrece las ventajas del presforzado, incluyendo la prefabricación en planta de secciones estandarizadas, las cimbras reutilizables, el tensado de cables en línea larga, y un excelente control de calidad. En el lugar de la obra, se eliminan a gran escala los trabajos de cimbrado y andamiaje, permitiendo una construcción rápida de la estructura en el campo, con muy poca interferencia del trabajo o del tráfico efectuado por debajo.

2.5.1 Losa de vigueta y bovedilla

La losa de vigueta y bovedilla es un tipo de elemento presforzado compuesto. Es el sistema de losa más utilizado en el sureste de México debido a todas las ventajas señaladas previamente. La losa de vigueta y bovedilla consta de tres componentes principales: la vigueta, la bovedilla y la capa de compresión de concreto (Figura 2.9).

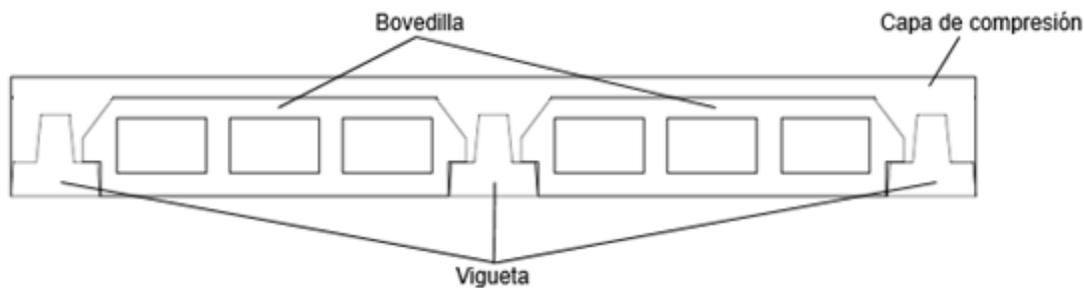


Figura 2.9 Sistema de losa de vigueta y bovedilla.

La vigueta es un elemento presforzado tipo viga que actúa como el elemento portante de la losa. Su método de presforzado es el pretensado. Está elaborada de concreto y acero como se presenta en la Figura 2.10. En la NMX-406-ONNCCE (2014) se recomienda que la resistencia de diseño a compresión mínima del concreto sea igual o superior a 350 kg/cm^2 . Asimismo, la cuantía de refuerzo será según los requerimientos del cálculo, pero no menor de 0.0015 (ONNCCE, 2014).

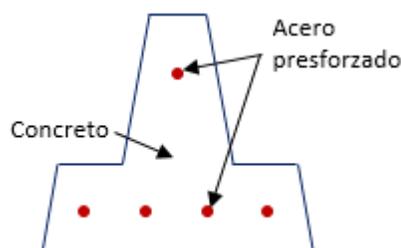


Figura 2.10 Sección de vigueta

La bovedilla es el componente aligerante de relleno colocado en las secciones de la losa como se presenta en la Figura 2.9. Se fabrica con materiales tales como: concreto ligero, poliestireno, cerámica, entre otros. El diseño de los componentes aligerantes debe incluir las acciones temporales que se presentan durante la realización de la colocación y colado de la losa. También debe permitir durante el proceso constructivo soportar directamente el peso del concreto cuando este se vacía sobre los elementos portantes y aligerantes sin sufrir deformaciones, fisuras o fracturas que afecten la seguridad de la estructura (ONNCCE, 2014).

La capa de compresión es la porción de concreto colado en obra que se aloja entre los elementos aligerantes, embebiendo al componente portante. El concreto utilizado para la capa de compresión debe tener una resistencia de diseño mínima de 200

kg/cm² y el tamaño máximo del agregado no mayor a 19 mm; además debe vibrarse para asegurar su penetración en las cuñas, cuidando de no segregar el concreto. El espesor mínimo de la capa de compresión es de 40 mm (ONNCCE, 2014).

2.6 Resistencia de losas de vigueta y bovedilla

Las cargas que se aplican antes que fragüe el concreto colado en obra producen esfuerzos asociados con la flexión de la vigueta, alrededor de su propio eje centroidal. Las cargas aplicadas después de que endurece la capa de compresión producen flexión alrededor del centroide del elemento compuesto. Esto es, los esfuerzos que ya se encuentran actuando en la vigueta se mantienen y, adicionalmente, se aplican esfuerzos del elemento compuesto.

En la construcción de la losa se utiliza el apuntalamiento temporal de las viguetas durante los períodos de colado y curado. Cuando se remueven los puntales, el peso de la losa, así como todas las cargas subsecuentes aplicadas, producirán flexión alrededor del centroide de la sección compuesta.

Al cargar a los elementos compuestos, se desarrolla la totalidad de la resistencia de la sección compuesta, siempre que se mantenga la transferencia de cortante a través de la superficie de contacto entre los dos componentes. Tanto el acero como el concreto pueden esforzarse bien hasta dentro de sus rangos inelásticos, y las consecuencias de las discontinuidades en las deformaciones son mínimas. La resistencia de los elementos compuestos puede calcularse como si la sección fuera homogénea (Nilson, 1982).

2.6.1 Resistencia a flexión

Antes de la colocación de la capa de compresión de concreto en el sistema de losa, los esfuerzos en la vigueta son aquellos debidos principalmente a la carga axial de presforzado, y a las pérdidas instantáneas: deslizamiento de anclajes, fricción y acortamiento elástico del concreto. Después de la colocación de la capa de compresión de concreto en el sistema de losa, los esfuerzos que se generan en la losa son los debidos al peso propio del sistema y a las pérdidas a corto plazo y a largo plazo.

La resistencia por flexión al agrietamiento de una losa de vigueta y bovedilla se puede determinar con los parámetros de las secciones 2.2 y 2.3. Como se describió en la sección 2.5.1, el concreto de la vigueta debe tener una resistencia mínima de 350 kg/cm^2 , mientras que el de la capa de compresión es de mínimo 200 kg/cm^2 . Por lo tanto, el concreto de la vigueta es de mayor resistencia que el de la capa de compresión. Los esfuerzos elásticos en la losa de vigueta y bovedilla se verán afectados por la diferencia en los módulos de elasticidad de los concretos. Esta diferencia se puede tomar en cuenta en los cálculos usando el concepto de la sección transformada.

2.6.2 Resistencia a cortante

En general, se pueden utilizar las ecuaciones de diseño presentadas en la sección 2.4 para los elementos compuestos. Se supondrá que el cortante vertical es resistido por todo el elemento colado monolíticamente con la misma forma de sección transversal. Generalmente el cálculo del cortante se puede basar en la resistencia del concreto de la vigueta debido a que la mayor parte de la resistencia al cortante es proporcionada por el alma presforzada y no por el patín colado en obra (Nilson, 1982).

2.7 Conclusiones de la revisión de la literatura

Con base en la revisión de la literatura se concluye que existe información suficiente para elaborar modelos analíticos que obtengan la resistencia a flexión y cortante de viguetas y losas de vigueta y bovedilla. Los modelos analíticos de viguetas y losas de vigueta y bovedilla se pueden desarrollar con las hipótesis de la teoría de flexión clásica. Las ecuaciones presentadas por Park y Paulay (1988) para determinar las pérdidas por contracción y flujo plástico son las que consideran mayor número de parámetros.

CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA

El objetivo general de este trabajo de investigación fue analizar los factores que intervienen en la resistencia de losas de vigueta y bovedilla. Para este propósito, se desarrollaron las siguientes actividades: (1) determinación de las propiedades de los materiales, (2) elaboración de modelo analítico de viguetas, (3) diseño del sistema de carga e instrumentación, (4) ensaye de viguetas, (5) elaboración de modelo analítico de losas de vigueta y bovedilla, (6) elaboración de tablas de diseño de losas de vigueta y bovedilla. Los detalles de las actividades se presentan en las siguientes secciones.

3.1 Determinación de las propiedades de los materiales

La resistencia a compresión axial del concreto de las viguetas se determinó con base en la norma NMX-C-083-ONNCCE. Se ensayaron cilindros de concreto a compresión con dimensiones de 15 cm x 30 cm (diámetro x altura). Se determinó la resistencia a compresión axial a diferentes edades del concreto: 1, 3, 7, 14 y 28 días, para dos barcadas. De la barcada 1 (B1) se tuvo un total de 16 especímenes. De la barcada 2 (B2) se tuvo un total de 25 especímenes (se utilizaron también para determinar módulo de elasticidad). El ensaye a compresión de los cilindros, para edades de 1,3 y 7 días, se realizó en una máquina universal con capacidad de 60 toneladas (Figura 3.1). El ensaye a compresión de los cilindros, para edades de 14 y 28 días, se realizó en una máquina universal con capacidad de 180 ton (Figura 3.2). Al concreto se le colocó un aditivo acelerante utilizado en la planta de fabricación de las viguetas.



Figura 3.1 Ensayo a compresión en máquina universal de 60 ton



Figura 3.2 Ensayo a compresión en máquina universal de 180 ton

El módulo de elasticidad del concreto se determinó con base en la norma NMX-C-128-ONNCCE. Se ensayaron cilindros de concreto a compresión con dimensiones de 15 cm x 30 cm (diámetro x altura). Se ensayaron 20 especímenes a diferentes edades: 1, 3, 7, 14 y 28 días. Los cilindros provenían de la barcada B2. El ensaye se realizó en un marco de carga. Las deformaciones se midieron con cuatro potenciómetros lineales y las cargas con una celda de carga (Figura 3.3). La instrumentación estuvo conectada a un sistema de adquisición de datos.



Figura 3.3 Ensayo a compresión de un cilindro de concreto para determinar módulo de elasticidad.

El módulo de ruptura (resistencia a tensión por flexión) del concreto se determinó con base en la norma NMX-C-191-1986. Se ensayaron vigas de concreto a flexión con dimensiones de 15 cm x 15 cm x 75 cm (espesor x altura x longitud). Se ensayaron 14 especímenes a diferentes edades: 1, 3, 7, 14 y 28 días. Las vigas provenían de la barcada B1. El ensayo se realizó en una máquina universal con capacidad de 60 toneladas (Figura 3.4).



Figura 3.4 Ensayo a tensión por flexión de una viga de concreto

La resistencia a tensión, resistencia a la fluencia, módulo de elasticidad y deformación última del acero de presfuerzo se determinaron con base en la norma NMX-B-172-1988. Se ensayaron tres alambres de 5 mm de diámetro y 100 cm de longitud. El ensayo se realizó en una máquina universal con capacidad de 60 toneladas (Figura 3.5). Las deformaciones en el alambre se midieron con un sistema

de adquisición de datos independiente a través de un extensómetro con capacidad de 5 cm. El esfuerzo de fluencia se determinó como el punto de la curva esfuerzo-deformación en dónde la pendiente secante varió en 1%.



Figura 3.5 Ensayo a tensión de una varilla de acero

3.2 Elaboración de modelo analítico de viguetas

Se elaboró un modelo analítico para determinar la resistencia a flexión y cortante de las viguetas. Las viguetas son elementos presforzados que trabajan a flexión y sus requisitos de servicio no permiten el agrietamiento. Por lo tanto, con el modelo analítico se calcularon el momento y la carga de agrietamiento.

La primera parte en el modelo es la definición de variables:

- Propiedades geométricas de la vigueta:
 - Geometría de la sección transversal
 - Longitud de las viguetas
- Propiedades mecánicas del concreto de la vigueta:
 - Resistencia a compresión axial
 - Módulo de elasticidad
 - Módulo de ruptura
 - Densidad del concreto. Valor tomado de las NTC-C (GCM, 2017).

- Propiedades geométricas del acero de presfuerzo:
 - Número de lechos
 - Posición de cada lecho (distancia vertical del lecho a la base de la vigueta)
 - Área del acero en cada lecho
- Propiedades mecánicas del acero de presfuerzo:
 - Resistencia a la fluencia
 - Módulo de elasticidad
 - Deformación unitaria última
- Porcentaje de presfuerzo inicial en el acero.

Se calcularon las propiedades de la sección de la vigueta considerando una sección transformada a concreto: centroide, área y momento de inercia. La sección está compuesta por acero y concreto. Se calcularon las distancias del centroide a los lechos de acero y a las fibras más alejadas de la vigueta.

Se calcularon las pérdidas debidas el acortamiento elástico del concreto en la vigueta. Para ello se utilizó el presfuerzo inicial (f_j), que se calcula como la fuerza del actuador (P_j) por el porcentaje de presforzado. Este presfuerzo inicial se multiplicó por el área de acero en cada lecho y se obtuvieron las fuerzas iniciales por lecho (N_j). Se calculó el momento debido al peso propio de la vigueta. Se obtuvieron las excentricidades de cada lecho de acero y se multiplicaron por su respectiva fuerza inicial para obtener los momentos debidos a la excentricidad. Se calcularon los esfuerzos en el concreto debidos al acortamiento elástico (Ecuaciones 2.6 y 2.7). Se calcularon los esfuerzos en el acero debidos al acortamiento elástico con las ecuaciones 2.8 y 2.9. El módulo de elasticidad del concreto que se utilizó para el cálculo de las pérdidas instantáneas fue el obtenido experimentalmente a la edad de 1 día, ya que a esta edad ocurre la transferencia.

Después de calcular el presfuerzo inicial después del acortamiento elástico, se procede a calcular el momento de agrietamiento con la ecuación 2.35. Se calcularon

momentos de agrietamiento positivos y negativos. Finalmente, se determinó la resistencia a cortante con la ecuación 2.36.

3.3 Diseño del sistema de carga e instrumentación

El sistema de carga consistió de un marco de carga, un actuador hidráulico, bloques de concreto reforzado y placas de acero. El marco de carga estaba conformado por dos columnas y una viga de acero. Se anclaron las columnas del marco de carga a la losa de reacción del laboratorio. Se sujetó el actuador hidráulico a la viga de carga. Se utilizaron dos bloques de concreto reforzado como apoyos, a los cuales se les colocó una placa para simular el apoyo simple. En la Figura 3.6 se presenta el esquema del sistema de carga. El actuador que se utilizó en todos los ensayos fue de 75 ton de capacidad. La carga se aplicó por medio de una bomba hidráulica neumática conectada al actuador hidráulico.

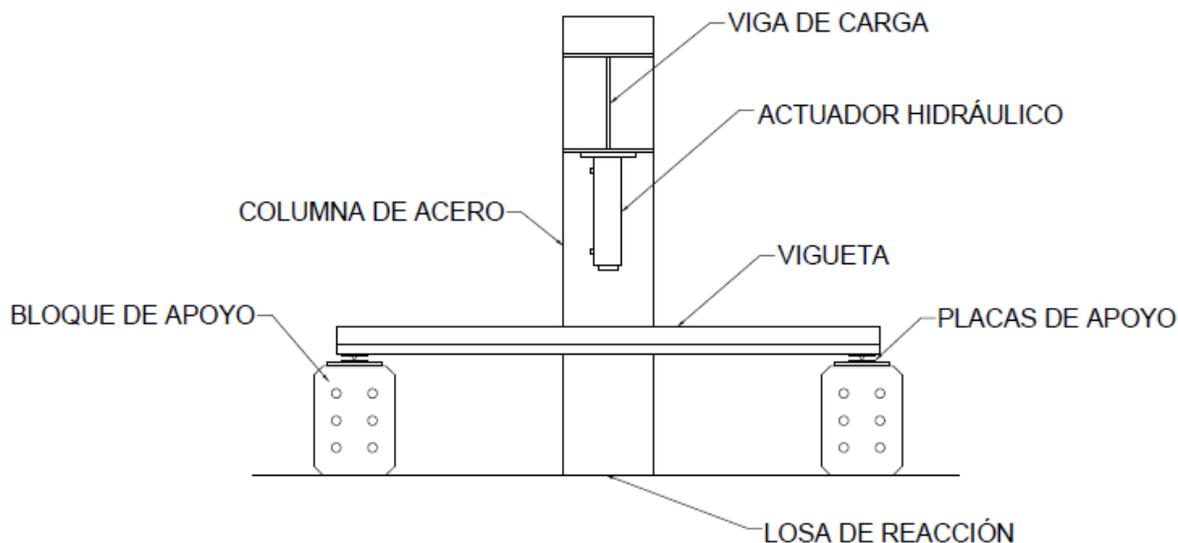


Figura 3.6 Esquema del sistema de carga

La instrumentación de las viguetas consistió en dos potenciómetros lineales (PL), un potenciómetro de polea (PP), un transductor de presión (TP) y una celda de carga (CC). Las mediciones se registraron mediante un sistema de adquisición de datos. En la Figura 3.7 se presenta la distribución de la instrumentación de una vigueta. En la Tabla 3.1 se presenta la descripción de la instrumentación utilizada.

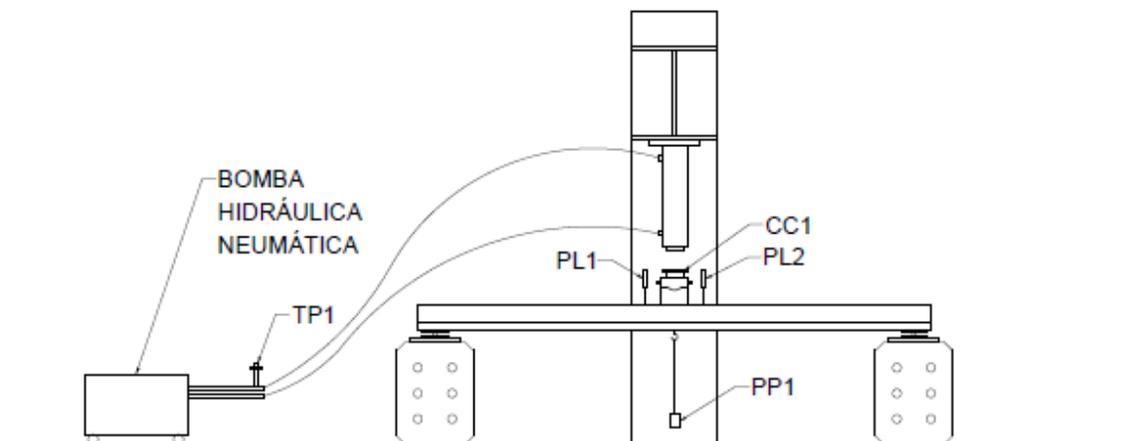


Figura 3.7 Esquema de la instrumentación de una viga

Tabla 3.1 Descripción de la instrumentación utilizada en el ensayo de viguetas

Instrumento	Medición	Capacidad
PL1	Desplazamiento vertical de la deflexión de la viga	15 cm
PL2	Desplazamiento vertical de la deflexión de la viga	15 cm
PP1	Desplazamiento vertical de la deflexión de la viga	38 cm
TP1	Presión del actuador hidráulico	0.70 ton/cm ²
CC1	Carga aplicada por el actuador	22.68 ton

3.4 Ensayo de viguetas

El ensayo de las viguetas se llevó a cabo con base en la norma NMX-C-406-ONNCCE-2014. Se instalaron los instrumentos en la viga como se describió en la sección anterior (Figura 3.8). Las viguetas fueron ensayadas con cargas incrementales constantes hasta la falla. Durante el proceso de carga se verificó el inicio de los agrietamientos y se señalaban las grietas con un marcador (Figura 3.9). Se registraron todas las mediciones durante la carga y la descarga.



Figura 3.8 Vigueta colocada e instrumentada para el ensaye

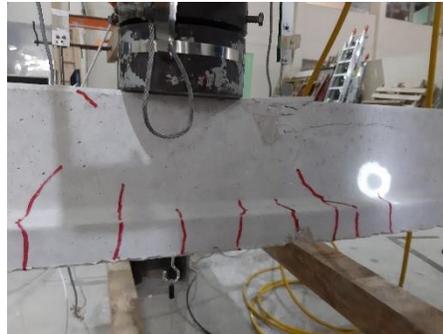


Figura 3.9 Marcado de grietas

Se realizaron ensayos experimentales de viguetas en posición normal e invertida (Figura 3.10). Esto para obtener el momento negativo resistente, el cual es de interés para diseñar el sistema de apuntalamiento de las viguetas.



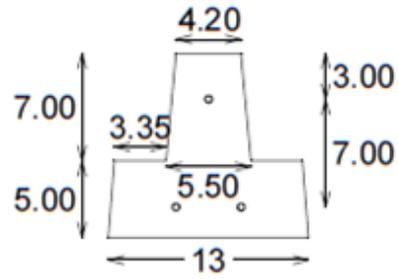
Figura 3.10 Vigueta en posición invertida

En la Tabla 3.2 se presentan las características de las viguetas ensayadas. En la nomenclatura del tipo de vigueta el primer número define el peralte en cm y el segundo define el número de hilos.

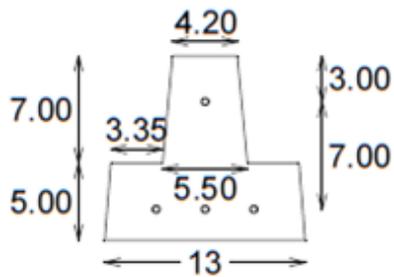
Tabla 3.2 Características de las viguetas de ensaye

Número de espécimen	Tipo de vigueta	Posición	Longitud (cm)	Separación entre apoyos (cm)
V1	12-5	Normal	200	180
V2	12-5	Invertida	200	180
V3	12-3	Normal	200	180
V4	12-3	Invertida	200	180
V5	12-3	Normal	200	180
V6	12-4	Normal	200	180
V7	12-4	Normal	200	180
V8	20-5	Normal	200	180
V9	20-5	Normal	200	180
V10	20-6	Normal	200	180
V11	20-6	Normal	300	280
V12	20-6	Normal	300	280
V13	20-6	Invertida	350	330
V14	12-5	Invertida	350	330
V15	12-3	Normal	390	370
V16	12-4	Normal	470	450
V17	12-5	Normal	700	680
V18	20-6	Normal	700	680
V19	20-5	Normal	700	680

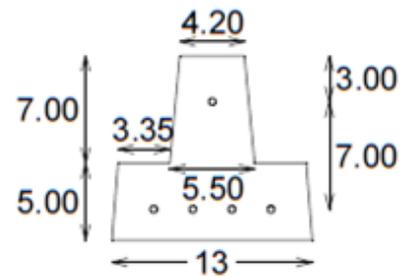
En la Figura 3.11 se presenta la geometría de las secciones de viguetas ensayadas. Se pueden ver las medidas que se utilizaron para el cálculo de las propiedades de la sección, así como los peraltes efectivos de cada lecho de acero. Todas las medidas están en cm.



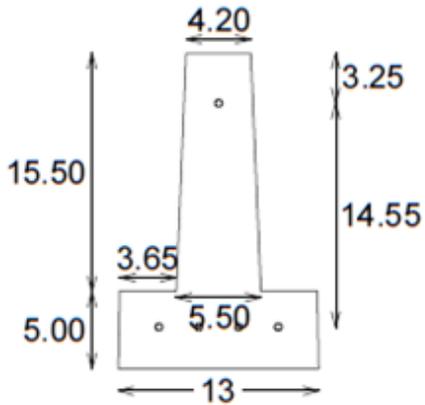
12-3



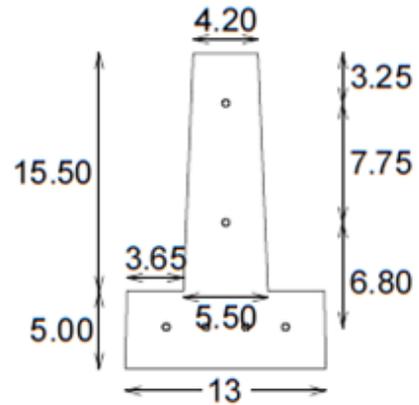
12-4



12-5



20-5



20-6

Figura 3.11 Geometría de las viguetas ensayadas (en cm)

Se realizó un análisis de las curvas carga-desplazamiento obtenidas experimentalmente para determinar la carga de agrietamiento. Se utilizó un proceso en dónde se determinaba la pendiente tangente entre dos puntos de la gráfica hasta cubrir toda la gráfica. La carga de agrietamiento corresponde al punto en donde la pendiente tangente cambió un 20% con respecto a la pendiente tangente inicial.

3.5 Elaboración de modelo analítico de losas de vigueta y bovedilla

Se desarrolló el modelo analítico de losas con un proceso similar al modelo analítico de viguetas: declaración de variables, cálculo de propiedades de la sección de la vigueta, cálculo de propiedades de la sección de la capa de compresión de concreto, cálculo de la sección transformada, cálculo de las pérdidas por acortamiento elástico del concreto, cálculo de pérdidas por contracción, cálculo de pérdidas por flujo plástico, cálculo del momento de agrietamiento y cálculo de la resistencia a cortante.

Para calcular las pérdidas por contracción y flujo plástico se utilizaron las ecuaciones 2.19 y 2.29, respectivamente, presentadas en el libro de Park y Paulay (1988). Las pérdidas por relajamiento del acero se reducen conforme aumenta el flujo plástico y la contracción; para este trabajo se asumió un valor de cero.

Se calcularon los esfuerzos en la vigueta al momento de la transferencia en cuatro puntos localizados al centro del claro de la vigueta y en la fibra inferior y superior de la vigueta. El peso propio afecta los esfuerzos al centro del claro de la vigueta. Se verificó que tanto el esfuerzo en la fibra superior como en la fibra inferior no sobrepasen los esfuerzos permisibles de tensión y compresión en la vigueta (GCM, 2017).

El momento de agrietamiento de la losa se calculó con la ecuación 3.1, que es derivada de la ecuación 2.35 para viguetas. Esta ecuación considera que el presfuerzo actúa en la vigueta, pero la carga adicional de servicio actúa sobre la sección compuesta (vigueta más capa de compresión de concreto).

$$M_{cr} = - \left(f_t + \frac{P_{eT}}{A} + (M_{e1} + M_{e2} + M_{e3}) \left(\frac{y_p}{I_p} \right) \right) \frac{I_c}{y_c} \quad (3.1)$$

En la ecuación 3.1, y_p es la distancia del centroide a la fibra más alejada en tensión de la vigueta, I_p es la inercia de la vigueta, I_c es la inercia transformada de la losa, y_c es la distancia del centroide a la fibra más alejada en tensión de la losa.

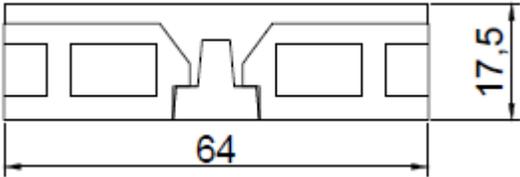
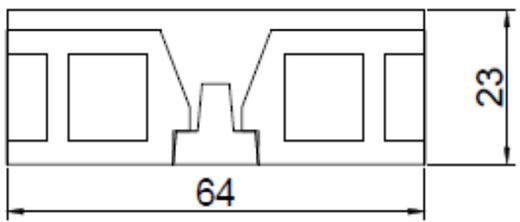
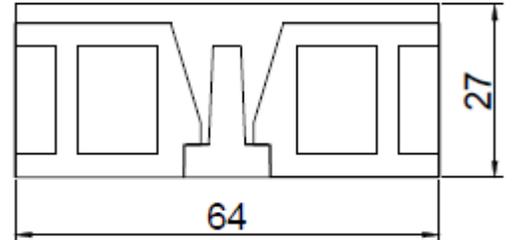
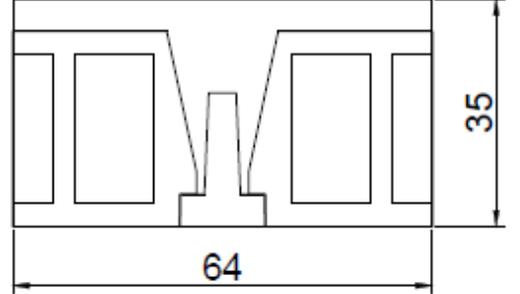
La resistencia a cortante se determinó asumiendo que la falla por cortante ocurre simultáneamente en la vigueta y en la capa de compresión de concreto. La resistencia a cortante de la vigueta se calculó con la ecuación 2.36, considerando un ancho de 5.5 cm. La resistencia a cortante de la capa a compresión de concreto se calculó con la ecuación 2.36 considerando un ancho variable dependiendo del tipo de vigueta y de bovedilla.

3.6 Elaboración de tablas de diseño de losas

Con base en el modelo analítico de losas se elaboraron seis tablas de diseño. En estas tablas se varió la resistencia a compresión del concreto de la vigueta y el espesor de la capa de compresión de concreto. Se consideraron valores de 300 kg/cm² y de 350 kg/cm² para la resistencia a compresión del concreto de la vigueta. Se consideraron 3 cm, 4 cm y 5 cm de espesor para la capa a compresión de concreto. El porcentaje de presfuerzo inicial en el acero fue del 50%. La resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión fue de 200 kg/cm².

Las combinaciones de vigueta y bovedilla que se utilizaron para las tablas de diseño se presentan en la Tabla 3.3. En la columna de vigueta el primer número es el peralte y el segundo el número de hilos de ésta. En la columna de bovedilla el primer número es el espesor, el segundo es el peralte y el tercero es la longitud de ésta. En la columna de sección se presenta un esquema de la geometría de la sección considerando un espesor de la capa a compresión de 3 cm. Las dimensiones de la sección están en cm.

Tabla 3.3 Combinaciones de vigueta y bovedilla para tablas de diseño

Vigueta	Bovedilla	Sección
12-3, 12-4 y 12-5	15 x 25 x 56	
12-3, 12-4 y 12-5	20 x 25 x 56	
20-5 y 20-6	24 x 25 x 56	
20-5 y 20-6	30 x 25 x 56	

CAPÍTULO 4 RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados experimentales de las propiedades mecánicas de los materiales y del ensaye de viguetas. Se presentan tablas de diseño de losas de vigueta y bovedilla.

4.1 Propiedades de los materiales

En la Tabla 4.1 se presenta la resistencia a compresión promedio del concreto (f_{c-t}) para las edades de 1, 3, 7, 14 y 28 días de las barcadas B1 y B2, así como el respectivo coeficiente de variación (CV). El f_{c-t} a 28 días fue de 299 kg/cm² para la barcada B1 con un coeficiente de variación de 1.53%, y de 287 kg/cm² para la barcada B2 con un coeficiente de variación de 1%.

Tabla 4.1 Resistencia a compresión de cilindros de concreto a diferentes edades

Edad (Días)	B1		B2	
	f_{c-t} (kg/cm ²)	CV (%)	f_{c-t} (kg/cm ²)	CV (%)
1	170.91	3.20	151.03	2.74
3	222.30	1.77	209.77	3.51
7	256.74	3.57	239.78	2.49
14	282.26	3.60	260.10	3.49
28	299.45	1.53	287.06	1.00

En la Tabla 4.2 se presenta el módulo de elasticidad promedio del concreto (E_{c-t}) para las edades de 1, 3, 7, 14 y 28 días. El módulo de elasticidad promedio a 28 días fue de 275176.06 kg/cm² con un coeficiente de variación de 2.43%.

Tabla 4.2 Módulo de elasticidad del concreto a diferentes edades

Edad (Días)	E_{c-t} (kg/cm ²)	CV (%)
1	194870.92	3.42
3	236587.92	3.88
7	255152.68	4.54
14	259904.82	6.55
28	275176.06	2.43

En las Figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5 se presentan las curvas esfuerzo-deformación del concreto a las edades de 1, 3, 7, 14 y 28 días, respectivamente. Se observa que, para una misma edad, todas las curvas presentan pendientes iniciales similares.

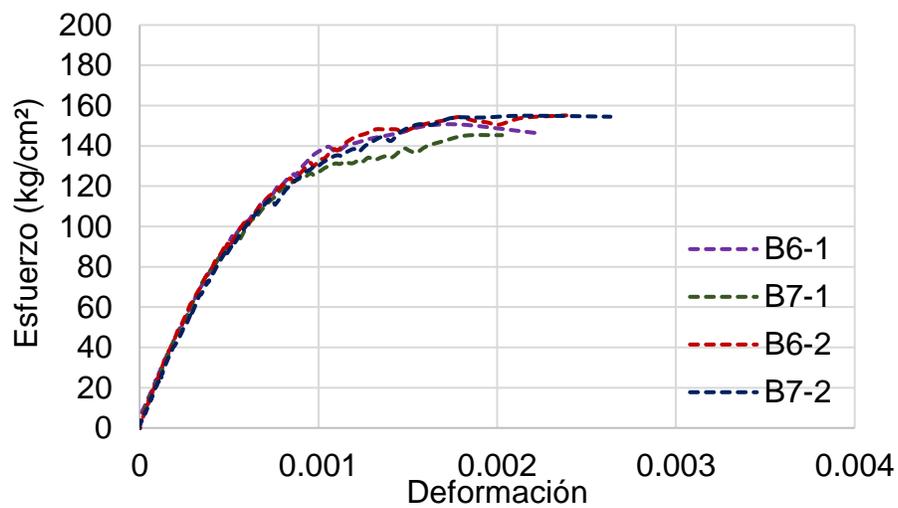


Figura 4.1 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (1 día)

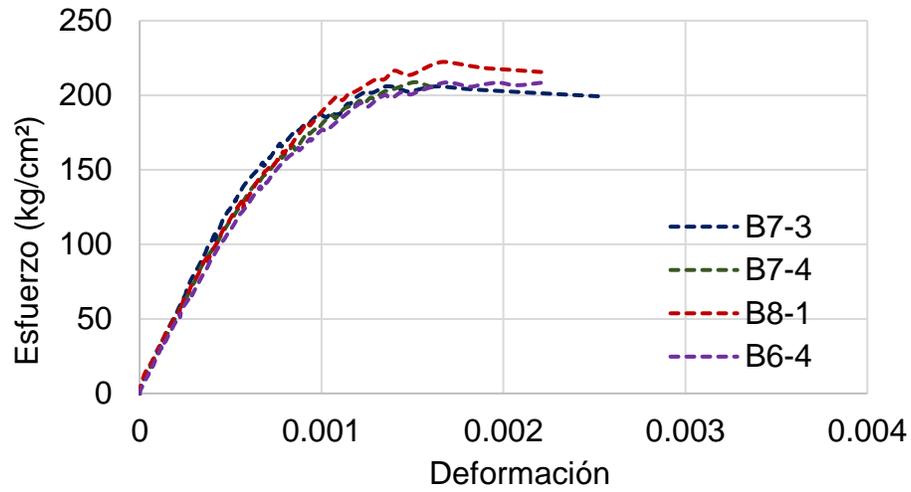


Figura 4.2 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (3 días)

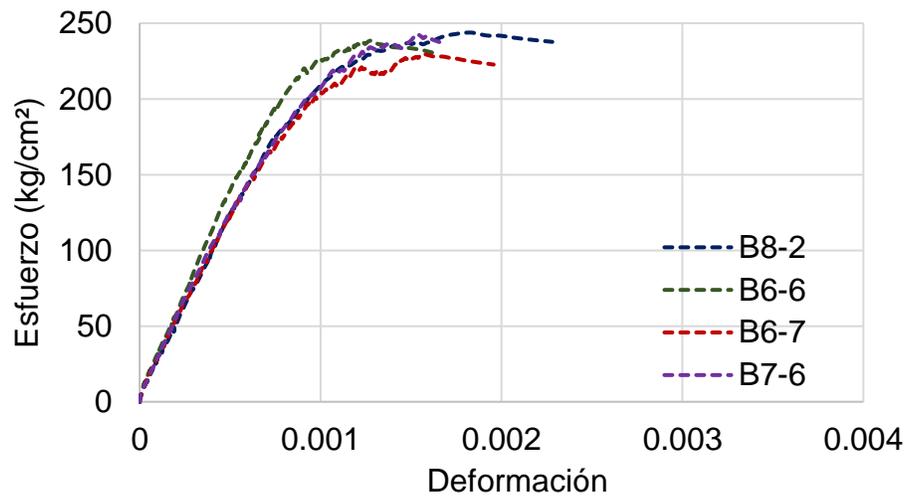


Figura 4.3 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (7 días)

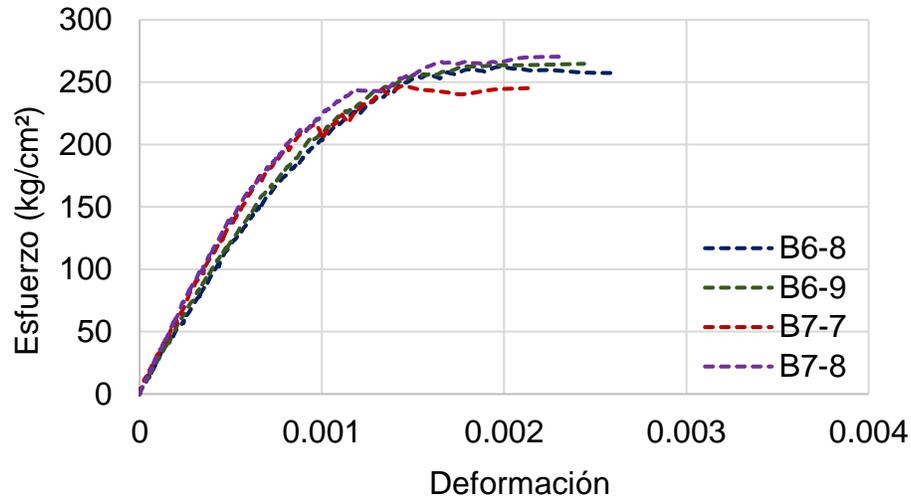


Figura 4.4 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (14 días)

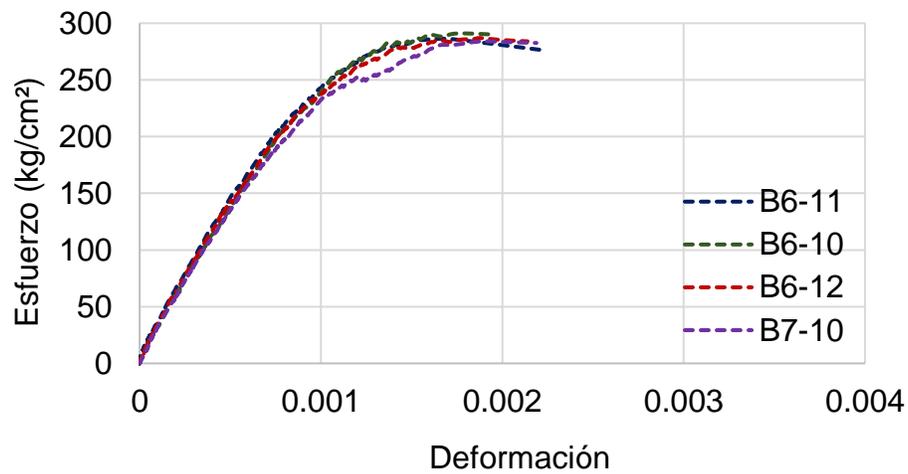


Figura 4.5 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (28 días)

En la Tabla 4.3 se presenta el módulo de ruptura (resistencia a tensión por flexión) del concreto (f_{r-t}) a diferentes edades. El módulo de ruptura promedio a 28 días fue de 38.79 kg/cm² con un coeficiente de variación de 3.37%.

Tabla 4.3 Módulo de ruptura del concreto a diferentes edades

Edad (Días)	f_{r-t} (kg/cm ²)	CV (%)
1	29.15	4.49
3	33.94	0.84
7	35.00	2.29
14	35.92	2.68
28	38.79	3.37

En la Tabla 4.4 se presentan los valores promedio de las propiedades del acero de presfuerzo: esfuerzo de fluencia (f_y), deformación de fluencia (ε_y), módulo de elasticidad (E_s), esfuerzo último (f_u) y deformación última (ε_u). En las Figuras 4.6 y 4.7 se presentan las curvas esfuerzo-deformación de los especímenes de acero ensayados.

Tabla 4.4 Propiedades del acero de presfuerzo

	Promedio	CV
Esfuerzo de fluencia (kg/cm ²)	14039	0.002
Deformación de fluencia	0.0068	0.020
Módulo de elasticidad (kg/cm ²)	2072844	0.010
Esfuerzo último (kg/cm ²)	18061	0.013
Deformación última	0.0445	0.130

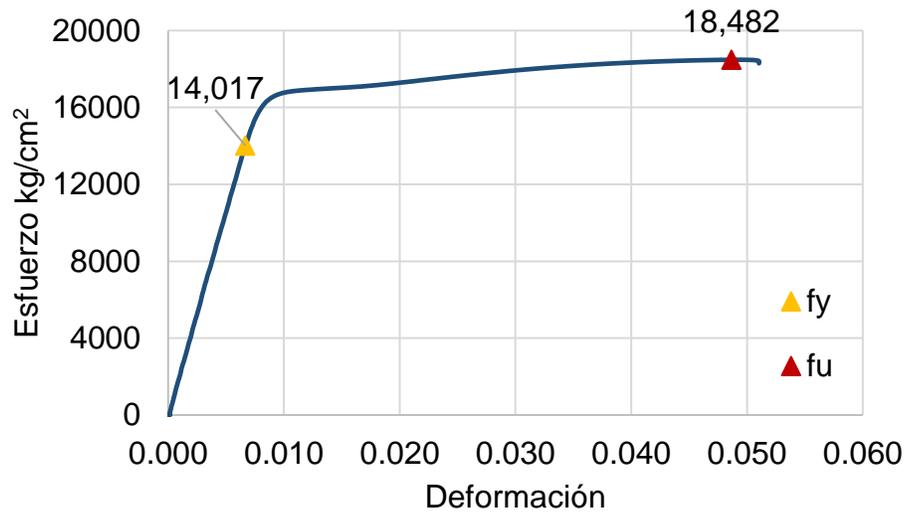


Figura 4.6 Curva esfuerzo-deformación del espécimen 1

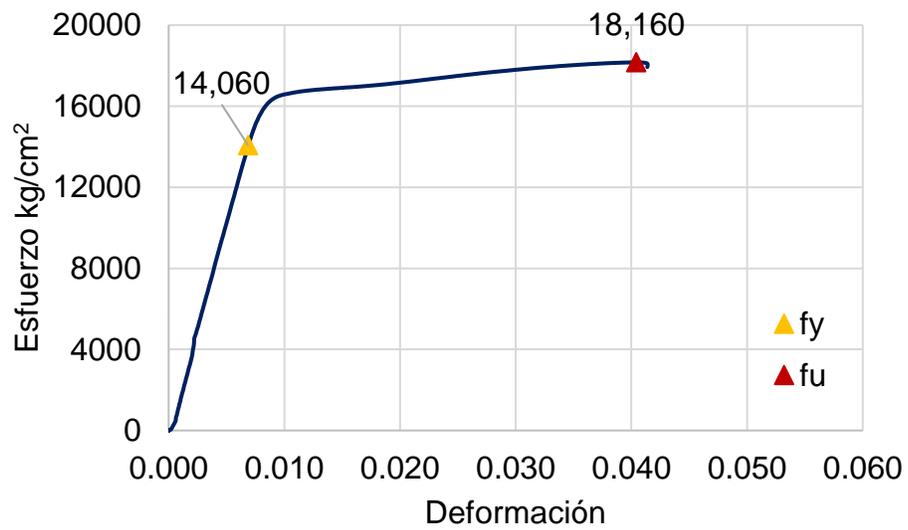


Figura 4.7 Curva esfuerzo-deformación del espécimen 2

4.2 Ensaye de viguetas

En la Figura 4.8 se presenta una curva típica carga-desplazamiento de una vigueta 20-6 de 200 cm de longitud. Se observa que la pendiente de la curva es casi constante en la parte inicial hasta que llega a un punto de inflexión y comienza la parte inelástica. El punto de inflexión corresponde a la carga de agrietamiento (P_{cr}) y el punto más alto de la curva es dónde se encuentra la carga última (P_u). En el APENDICE B se presentan las curvas carga-desplazamiento de las 19 viguetas ensayadas.

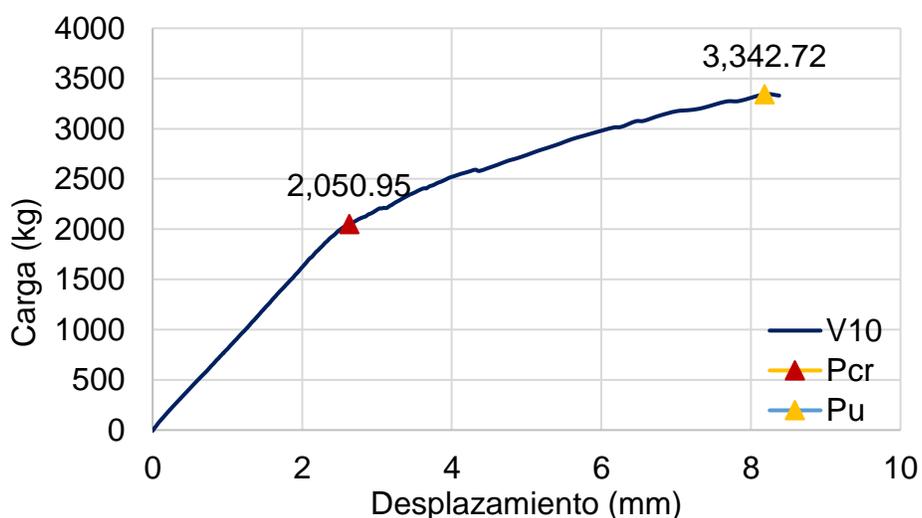


Figura 4.8 Curva carga-desplazamiento de vigueta 20-6 de 2 m de longitud

En la Tabla 4.5 se presentan la carga de agrietamiento, carga última y tipo de falla observado de las 19 viguetas ensayadas experimentalmente. Adicionalmente, se presenta el claro (separación entre apoyos) y señala si la vigueta se ensayó en posición normal o en posición invertida. En la mayoría de las viguetas se presentó una falla por flexión. En este tipo de falla, primero se formaron grietas verticales en la sección central de la vigueta en la zona de tensión (Figura 4.9). Posteriormente, estas grietas se extendieron hasta el centroide de la vigueta y comenzó el aplastamiento del concreto en la zona de compresión (Figura 4.10). Por último se observó el aplastamiento final del concreto y la pérdida de resistencia en la vigueta (Figura 4.11).

Tabla 4.5 Carga de agrietamiento, carga última y tipo de falla de las viguetas

Espécimen	Tipo de vigueta	Posición	Separación entre apoyos (cm)	P_{cr} (kg)	P_u (kg)	Tipo de falla
V1	12-5	Normal	180	702	1221	Flexión
V2	12-5	Invertida	180	304	1017	Flexión
V3	12-3	Normal	180	503	1071	Flexión
V4	12-3	Invertida	180	291	745	Flexión
V5	12-3	Normal	180	567	1141	Flexión
V6	12-4	Normal	180	658	1422	Flexión
V7	12-4	Normal	180	643	1426	Flexión
V8	20-5	Normal	180	1737	3626	Cortante
V9	20-5	Normal	180	1803	3494	Cortante
V10	20-6	Normal	180	2051	3343	Cortante
V11	20-6	Normal	280	1043	1858	Flexión
V12	20-6	Normal	280	996	1918	Flexión
V13	20-6	Invertida	330	369	1115	Flexión
V14	12-5	Invertida	330	133	437	Flexión
V15	12-3	Normal	370	209	538	Flexión
V16	12-4	Normal	450	281	514	Flexión
V17	12-5	Normal	680	116	207	Flexión
V18	20-6	Normal	680	357	666	Flexión
V19	20-5	Normal	680	295	701	Flexión



Figura 4.9 Aparición de grietas de flexión



Figura 4.10 Inicio del aplastamiento del concreto



a) Vista superior



b) Vista lateral

Figura 4.11 Aplastamiento del concreto

En general, el mecanismo de falla en las viguetas ensayadas fue por flexión con aplastamiento del concreto en la zona de compresión. Sin embargo, se presentaron otros dos mecanismos de falla: cortante y fractura del acero. En la Figura 4.12 se presenta la falla por cortante que se observó en las viguetas con mayor peralte (20-5 y 20-6) y claros cortos (180 cm); esta falla se caracterizó por una grieta en diagonal desde la zona central de la viga hacia uno de los apoyos. En la Figura 4.13 se presenta la falla por fractura del acero que ocurrió en dos de las viguetas que se ensayaron en posición invertida. El acero se fracturó debido a que en posición invertida sólo había un alambre de presfuerzo en la zona de tensión.



Figura 4.12 Falla a cortante



Figura 4.13 Fractura del acero en viga invertida

4.3 Tablas de diseño

En la Tabla 4.6 se presentan los valores de la carga de diseño (W_{cr}), para losas de vigueta y bovedilla con f'_c de la vigueta igual a 300 kg/cm², f'_c de la capa de compresión de concreto igual a 200 kg/cm², $f_r = 2\sqrt{f'_c}$, espesor de la capa de compresión de concreto de 3 cm, y un porcentaje de presfuerzo del 50%. En la Tabla 4.7 se presentan los valores de la carga de diseño para losas con espesor de la capa de compresión de 4 cm. En la Tabla 4.8 se presentan los valores de la carga de diseño para losas con espesor de la capa de compresión de 5 cm. En las Tablas 4.9, 4.10 y 4.11 se presentan los valores de carga de diseño para 3, 4 y 5 cm de espesor de la capa de compresión de concreto y una resistencia a compresión de la vigueta de 350 kg/cm². Todos los valores de carga de diseño están en kg/m². Como se mencionó en la metodología, las cargas de diseño se calcularon con base en el modelo analítico de losas. Las cargas de diseño corresponden a cargas de agrietamiento por flexión obtenidas por esfuerzos permisibles. Estas cargas de diseño deben ser comparadas con la sumatoria de carga viva más carga muerta sin considerar factores de carga.

CAPÍTULO 5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

5.1 Propiedades de los materiales

5.1.1 Resistencia a compresión del concreto

En la Tabla 5.1 se presenta la resistencia a compresión (f_{c-t}), de las dos barcadas de concreto (B1 y B2), a diferentes edades (t). Se presenta la relación entre la resistencia a compresión promedio de cada edad y la resistencia a compresión promedio a la edad de 28 días (f_{c-t}/f_{c-t28}), de cada barcada.

Tabla 5.1 Resistencia a compresión del concreto de las viguetas

t (días)	f_{c-t} B1 (kg/cm ²)	f_{c-t} B2 (kg/cm ²)	f_{c-t}/f_{c-t28} B1	f_{c-t}/f_{c-t28} B2
0	0.00	0.00	0.00	0.00
1	170.91	151.03	0.57	0.53
3	222.30	209.77	0.74	0.73
7	256.74	239.78	0.86	0.84
14	282.26	260.10	0.94	0.91
28	299.45	287.06	1.00	1.00

Se ajustó una función logarítmica para determinar la relación f_{c-t}/f_{c-t28} a diferentes edades (ecuación 5.1). Esta función presentó el mejor ajuste en comparación con otras funciones analizadas. A continuación se compara la ecuación 5.1 con las ecuaciones desarrolladas por Sánchez (2017) en la Facultad de Ingeniería de la UADY (ecuaciones 5.2 y 5.3).

$$\frac{f_{c-t}}{f_{c-t28}} = 0.13 \ln(t) + 0.57 \quad \forall t \in [1,28] \quad (5.1)$$

$$\frac{f_{c-t}}{f_{c-t28}} = -0.0948 t^2 + 0.5012 t \quad \forall t \in [0,3] \quad (5.2)$$

$$\frac{f_{c-t}}{f_{c-t28}} = -0.0008 t^2 + 0.0372 t + 0.5669 \quad \forall t \in [3,28] \quad (5.3)$$

En la Figura 5.1 se presentan los datos experimentales de la relación f_{c-t}/f_{c-t28} , la curva analítica propuesta (ecuación 5.1) y la curva de las ecuaciones propuestas por Sánchez (2017). Se observa que las ecuaciones propuestas por Sánchez subestiman la resistencia en los primeros 7 días. Esto se debe a que en esta investigación el concreto tenía un aditivo acelerante.

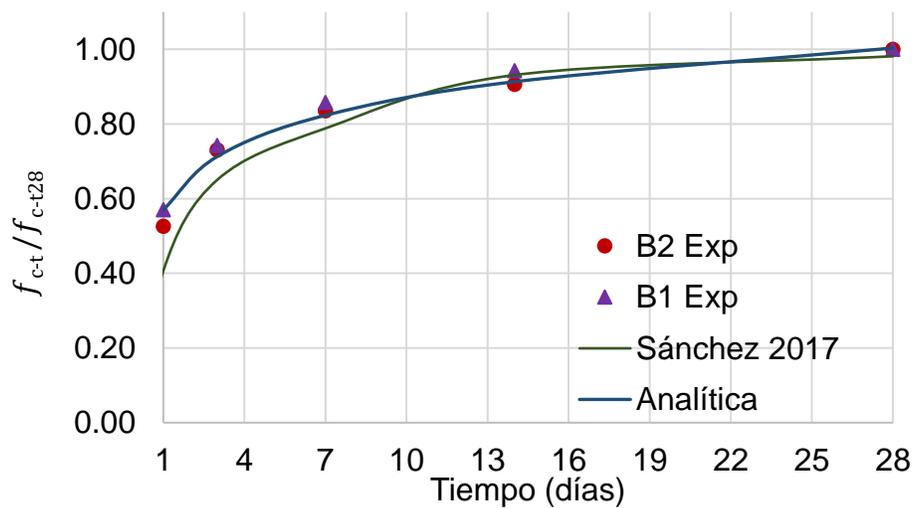


Figura 5.1 Relación f_{c-t}/f_{c-t28} experimental y funciones analíticas

5.1.2 Módulo de ruptura del concreto

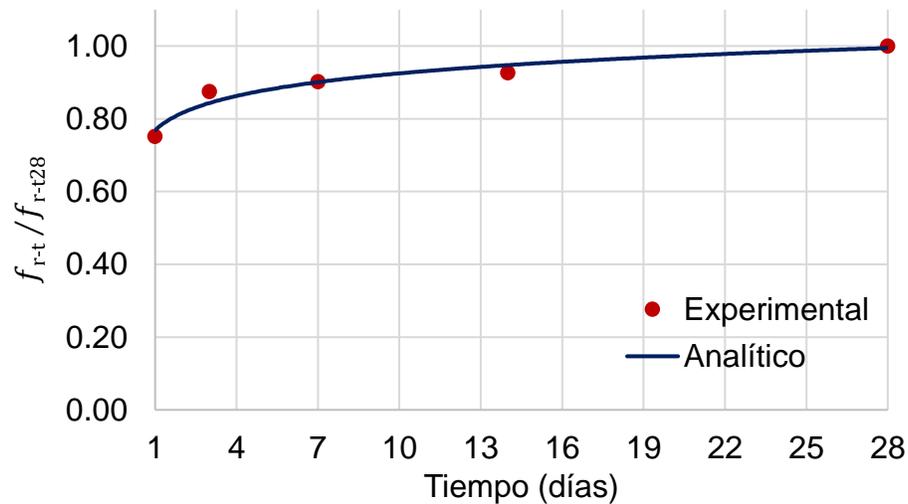
En la Tabla 5.2 se presenta el módulo de ruptura del concreto (f_{r-t}), a diferentes edades (t). Se presenta la relación entre el módulo de ruptura de cada edad y el módulo de ruptura a la edad de 28 días (f_{r-t}/f_{r-t28}).

Tabla 5.2 Módulo de ruptura del concreto de las viguetas

t (días)	f_{rt} (kg/cm ²)	f_{r-t}/f_{r-t28}
0	0.00	0.00
1	29.15	0.75
3	33.94	0.87
7	35.00	0.90
14	35.92	0.93
28	38.79	1.00

Se ajustó una función logarítmica para determinar la relación f_{r-t}/f_{r-t28} a diferentes edades (ecuación 5.4). Esta función presentó el mejor ajuste en comparación con otras funciones analizadas. En la Figura 5.2 se presentan los datos experimentales de la relación f_{r-t}/f_{r-t28} y la curva analítica (ecuación 5.4).

$$\frac{f_{r-t}}{f_{r-t28}} = 0.068 \ln(t) + 0.77 \quad \forall t \in [1,28] \quad (5.4)$$

Figura 5.2 Relación f_{r-t}/f_{r-t28} experimental y función analítica

5.1.3 Módulo de elasticidad del concreto

En la Tabla 5.3 se presenta el módulo de elasticidad del concreto (E_{c-t}) a diferentes edades (t). Se presenta la relación entre el módulo de elasticidad de cada edad y el módulo de elasticidad a la edad de 28 días (E_{c-t}/E_{c-t28}).

Tabla 5.3 Módulo de elasticidad del concreto de las viguetas

t (días)	E_{c-t} (kg/cm ²)	E_{c-t}/E_{c-t28}
0	0.00	0
1	194870.92	0.71
3	236587.92	0.86
7	255152.68	0.93
14	259904.82	0.94
28	275176.07	1.00

Se ajustó una función logarítmica para determinar la relación de E_{c-t}/E_{c-t28} a diferentes edades (ecuación 5.5). Esta función presentó el mejor ajuste en comparación con otras funciones analizadas. A continuación se compara la ecuación 5.5 con la ecuación desarrollada por Sánchez (2017) en la Facultad de Ingeniería de la UADY (ecuación 5.6).

$$\frac{E_{c-t}}{E_{c-t28}} = 0.083 \ln(t) + 0.73 \quad \forall t \in [1,28] \quad (5.5)$$

$$\frac{E_{c-t}}{E_{c-t28}} = 0.0076t + 0.7864 \quad \forall t \in [1,28] \quad (5.6)$$

En la Figura 5.3 se presentan los datos experimentales de la relación E_{c-t}/E_{c-t28} , la curva analítica propuesta (ecuación 5.5) y la curva de la ecuación propuesta por Sánchez (2017). Se observa que la ecuación propuesta por Sánchez subestima los valores de este estudio.

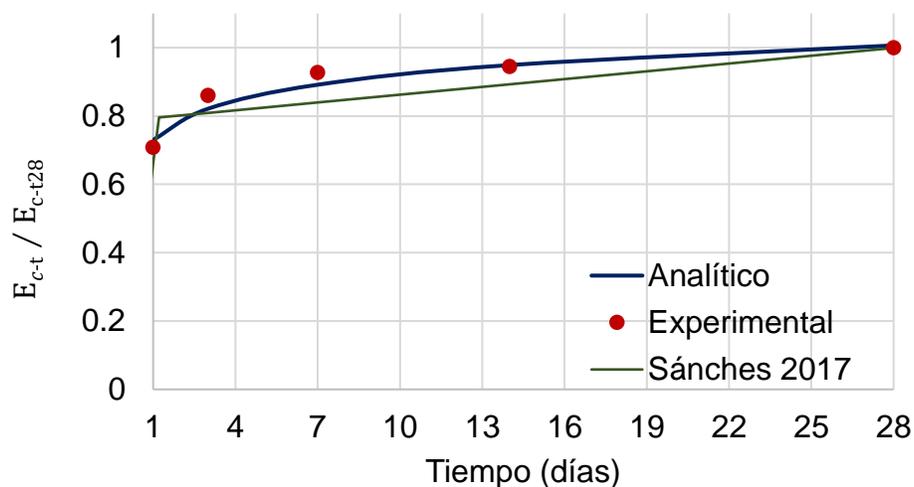


Figura 5.3 Relación E_{c-t}/E_{c-28} experimental y funciones analíticas

5.1.4 Relación entre el módulo de ruptura y la resistencia a compresión del concreto

En la Tabla 5.4 se presenta la resistencia a compresión del concreto (f_{c-t}), el módulo de ruptura (f_{r-t}), la raíz cuadrada de la resistencia a compresión del concreto ($\sqrt{f_{c-t}}$) y la relación $f_{r-t}/\sqrt{f_{c-t}}$ para las edades de 1, 3, 7, 14 y 28 días. La relación entre el módulo de ruptura y la raíz cuadrada de la resistencia a compresión del concreto a diferentes edades es en promedio 2.21 (Figura 5.4). El módulo de ruptura del concreto se puede calcular en función de la resistencia a compresión con la ecuación 5.7.

Tabla 5.4 Relación entre el módulo de ruptura y la resistencia a compresión

t (días)	f_{c-t} (kg/cm ²)	f_{r-t} (kg/cm ²)	$\sqrt{f_{c-t}}$	$f_{r-t}/\sqrt{f_{c-t}}$
0	0.00	0.00	0.00	-
1	170.91	29.15	13.07	2.23
3	222.30	33.94	14.91	2.28
7	256.74	35.00	16.02	2.18
14	282.26	35.92	16.80	2.14
28	299.45	38.79	17.30	2.24
			Promedio	2.21

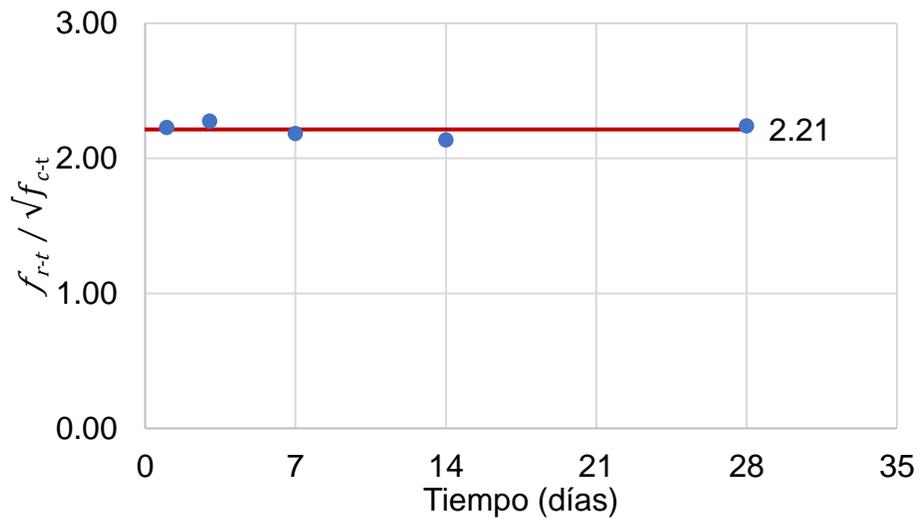


Figura 5.4 Relación $f_{r-t}/\sqrt{f_{c-t}}$ del concreto a diferentes edades

$$f_{r-t} = 2.21\sqrt{f_{c-t}} \quad (5.7)$$

En las NTC-C (GCM, 2017) se recomienda, para concretos clase 1, utilizar el módulo de ruptura del concreto como $2\sqrt{f'_c}$. Por lo tanto, comparando con la ecuación 5.7, la norma es más conservadora.

5.1.5 Relación entre el módulo de elasticidad y la resistencia a compresión del concreto

En la Tabla 5.5 se presenta la resistencia a compresión del concreto (f_{c-t}), el módulo de elasticidad del concreto (E_{c-t}), la raíz cuadrada de la resistencia a compresión del concreto ($\sqrt{f_{c-t}}$) y la relación $E_{c-t}/\sqrt{f_{c-t}}$ para las edades de 1, 3, 7, 14 y 28 días. La relación entre el módulo de elasticidad y la raíz cuadrada de la resistencia a compresión del concreto a diferentes edades es en promedio 16,205 (Figura 5.5). El

módulo de elasticidad del concreto se puede calcular en función de la resistencia a compresión con la ecuación 5.8.

Tabla 5.5 Relación entre el módulo de elasticidad y la resistencia a compresión

t (días)	f_{c-t} (kg/cm ²)	E_{c-t} (kg/cm ²)	$\sqrt{f_{c-t}}$	$E_{c-t}/\sqrt{f_{c-t}}$
0	0.00	0.00	0.00	-
1	151.03	194870.92	12.29	15856.59
3	209.77	236587.92	14.48	16334.91
7	239.78	255152.68	15.48	16477.76
14	260.10	259904.82	16.13	16115.61
28	287.06	275176.07	16.94	16241.53
			Promedio	16205.28

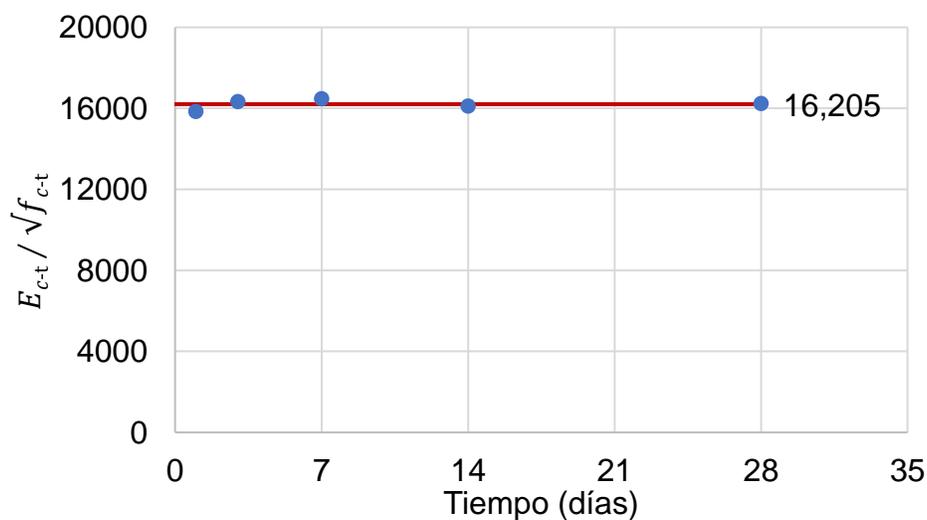


Figura 5.5 Relación $E_{c-t}/\sqrt{f_{c-t}}$ del concreto a diferentes edades

$$E_{c-t} = 16,205\sqrt{f_{c-t}} \quad (5.8)$$

En las NTC-C (GCM, 2017) se recomienda, para concretos clase 1, utilizar el módulo de elasticidad del concreto como $14,000\sqrt{f'_c}$. Por lo tanto, comparando con la ecuación 5.8, la norma es más conservadora.

5.2 Viguetas

5.2.1 Resistencia experimental de viguetas

En la Figura 5.6 se presenta la curva carga-desplazamiento de las viguetas ensayadas en claros cortos (180 cm). Se presentan las viguetas 12-5, 12-3, 12-4, 20-5 y 20-6, que corresponden a los especímenes V1, V3, V6, V9 y V10 respectivamente. En la Tabla 4.5 del Capítulo de Resultados, se presentan las cargas de agrietamiento y última. De la información presentada en la Tabla 4.5 y la Figura 5.6 se observa que la carga de agrietamiento aumenta al incrementar el momento de inercia y el número de hilos de la vigueta.

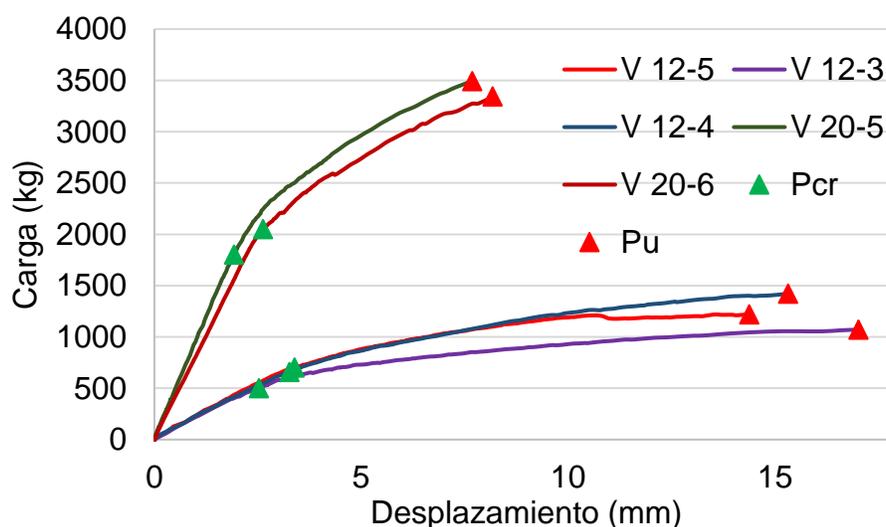


Figura 5.6 Curva carga-desplazamiento de viguetas de 180 cm de claro

En la Figura 5.7 se presenta la curva carga-desplazamiento de las viguetas ensayadas en claros largos (680 cm). Se presentan las viguetas 12-5, 20-6 y 20-5, que corresponden a los especímenes V17, V18 y V20 respectivamente. Se observa que la carga de agrietamiento aumenta al incrementar el momento de inercia y el número de hilos de la vigueta.

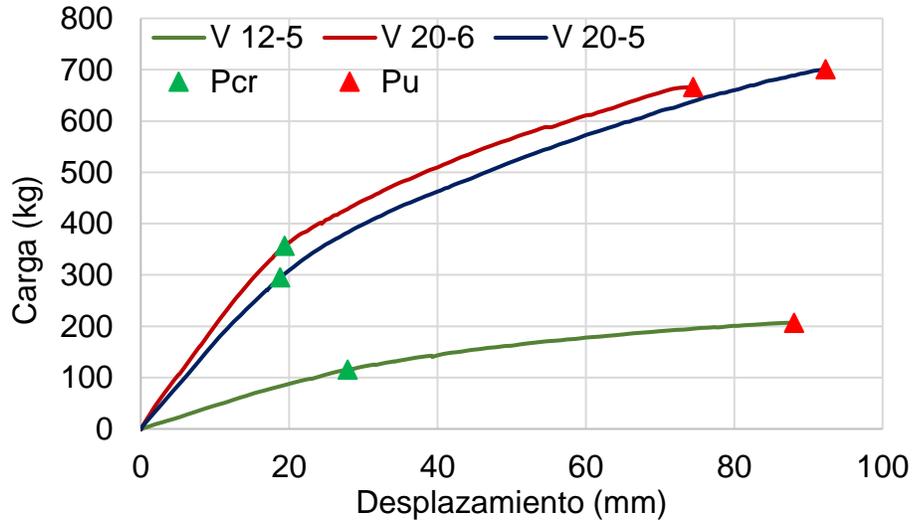


Figura 5.7 Curva carga-desplazamiento de viguetas de 680 cm de claro

En la Tabla 5.6 se presenta la carga de agrietamiento analítica (P_{crA}), la carga de agrietamiento experimental (P_{crE}) y la relación entre ellas (P_{crA}/P_{crE}). Se calculó el promedio de la relación P_{crA}/P_{crE} y su coeficiente de variación, así como los valores máximo y mínimo. Se observa que el valor promedio de la relación P_{crA}/P_{crE} es 1.02 con un coeficiente de variación de 0.14. Por lo anterior, se concluye que el modelo predice satisfactoriamente la carga de agrietamiento experimental.

Tabla 5.6 Comparación entre carga de agrietamiento experimental y analítica

Número de espécimen	P_{crE} (kg)	P_{crA} (kg)	$\frac{P_{crA}}{P_{crE}}$
1	702	807	1.15
2	304	232	0.76
3	503	475	0.94
4	291	287	0.99
5	567	475	0.84
6	658	645	0.98
7	643	645	1.00
8	1737	1812	1.04
9	1803	1812	1.00
10	2051	1915	0.93
11	1043	1206	1.16
12	996	1206	1.21
13	369	434	1.18
14	133	152	1.14
15	209	200	0.96
16	281	217	0.77
17	116	147	1.27
18	357	328	0.92
19	295	320	1.08
		Promedio	1.02
		C.V.	0.14
		Máximo	1.27
		Mínimo	0.76

5.2.2 Análisis de esfuerzos en la transferencia

Se calcularon los esfuerzos de cada vigueta al momento de la transferencia al centro del claro y en los apoyos. Se verificó que tanto el esfuerzo en los lechos superior e inferior no sobrepasen los esfuerzos permisibles de tensión y compresión en la vigueta. En la Figura 5.8 se presenta la variación de los esfuerzos en la transferencia de la vigueta 12-5 para distintos claros. Se grafican los esfuerzos al centro del claro y en los apoyos, para los lechos superior e inferior. Se observa que todos los esfuerzos son de compresión. Se presenta una pequeña variación en los esfuerzos en los apoyos, la cual está asociada a las pérdidas elásticas. Se presenta la mayor variación de los esfuerzos al centro del claro debido al peso propio de la vigueta. Para este estudio el esfuerzo permisible a compresión es de 120 kg/cm^2 y se observa que en ningún caso se rebasa. Si se utilizan porcentajes de presfuerzo mayores se podría rebasar el esfuerzo permisible en el lecho superior al centro del claro.

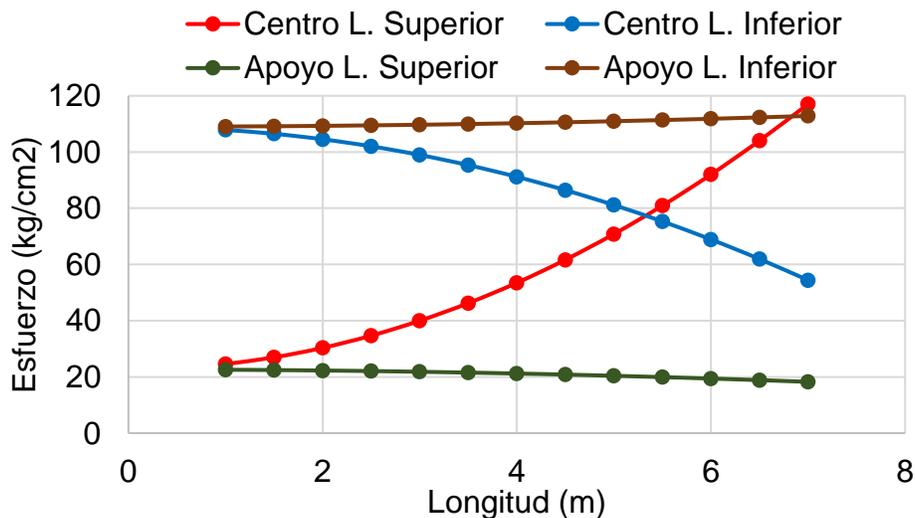


Figura 5.8 Esfuerzos en la transferencia de la vigueta 12-5

En la Figura 5.9 se presenta la variación de los esfuerzos en la transferencia de la vigueta 20-6 para distintos claros. Se grafican los esfuerzos al centro del claro y en los apoyos, para los lechos superior e inferior. Se observa que todos los esfuerzos son de compresión. Adicionalmente, se observa que se tienen menores esfuerzos

que en la vigueta 12-5 y que éstos son inferiores al esfuerzo permisible de 120 kg/cm².

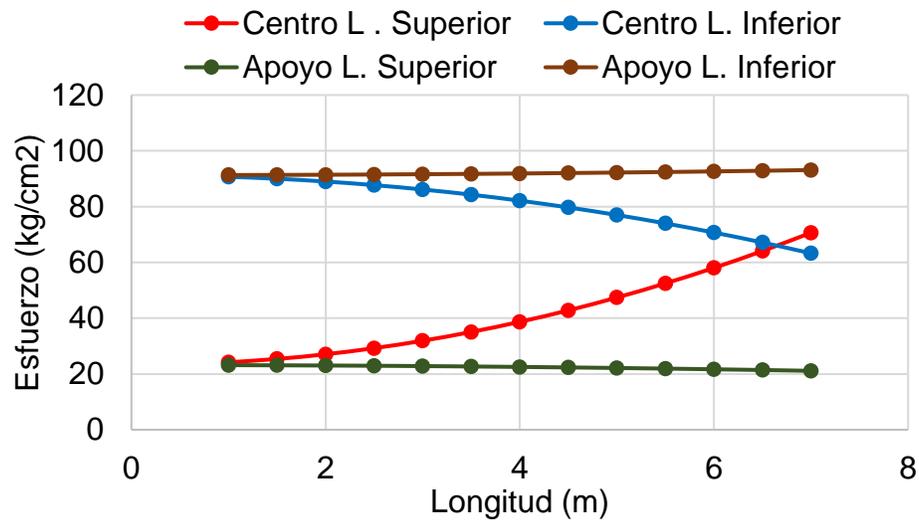


Figura 5.9 Esfuerzos en la transferencia de la vigueta 20-6

5.3 Losas

5.3.1 Análisis de pérdidas por contracción y flujo plástico

Las pérdidas por contracción y flujo plástico se calcularon con las ecuaciones 2.19 y 2.29 respectivamente. En estas ecuaciones el coeficiente de flujo plástico (C_f) y la deformación por contracción (ε_{sh}) pueden calcularse de distintas maneras, como se observó en la revisión de la literatura. Se presenta un análisis comparativo de los valores de C_f y ε_{sh} que proponen los distintos autores: GCM (2017), Nilson (1982), Collins (1997), Park y Paulay (1987). El análisis se realizó para las viguetas de 12 y 20 cm de peralte que se utilizaron en este trabajo; sin embargo se observó que el coeficiente de flujo plástico y la deformación por contracción para ambos casos eran los mismos.

En la Tabla 5.7 se presentan las ecuaciones para calcular la deformación por contracción. Se sustituyen los valores de los parámetros de cada ecuación para obtener los valores de ε_{sh} . En la Tabla 5.8 se presenta el valor del presfuerzo inicial así como los valores de pérdidas por contracción calculados de acuerdo a cada autor. Se presenta el porcentaje que representa cada pérdida con respecto al presfuerzo inicial. Se observa que el mayor porcentaje de pérdidas se obtiene con el valor recomendado del GCM (2017) mientras que el que presenta el menor porcentaje es el valor de Park y Paulay (1987).

Tabla 5.7 Ecuaciones para calcular ε_{sh} de distintos autores

Autor	Ecuación
GCM	$\varepsilon_{sh} = 0.001$
Nilson	$\varepsilon_{sh} = 0.0008$
Collins	$\varepsilon_{sh} = -k_s k_h \left(\frac{t}{55 + t} \right) 0.56 \times 10^{-3} = 0.00059$
Park y Paulay	$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} S_t S_h S_{th} S_s S_f S_e S_c = 0.00048$

Tabla 5.8 Pérdidas por contracción de distintos autores para vigueta 12-5

Esfuerzo	Valor (kg/cm²)	Porcentaje (%)
Presfuerzo inicial	9000	100
Contracción (GCM)	2075	23
Contracción (Nilson)	1660	18
Contracción (Collins)	1224	14
Contracción (Park y Paulay)	996	11

En la Tabla 5.9 se presentan las ecuaciones para calcular el coeficiente de flujo plástico. Se sustituyen los valores de los parámetros de cada ecuación para obtener los valores de C_f . En la Tabla 5.10 se presenta el valor del presfuerzo inicial, así como los valores de pérdidas por flujo plástico calculados de acuerdo a cada autor. Se presenta el porcentaje que representa cada pérdida con respecto al presfuerzo inicial. Se observa que el valor más conservador es el de Collins (1997) mientras que los otros tres presentan valores muy similares en porcentaje.

Tabla 5.9 Ecuaciones para calcular C_f de distintos autores

Autor	Ecuación
GCM	$C_f = 2$
Nilson	$C_f = 2.35$
Collins	$C_f = 3.5k \left(1.58 - \frac{H}{120} \right) t_i^{-0.118} \frac{(t - t_i)^{0.6}}{10 + (t - t_i)^{0.6}} = 3.24$
Park y Paulay	$C_f = C_u K_t K_a K_h K_{th} K_s K_f K_e = 2.11$

Tabla 5.10 Pérdidas por flujo plástico de distintos autores para vigueta 12-5

Esfuerzo	Valor (kg/cm²)	Porcentaje (%)
Presfuerzo inicial	9000	100
Flujo plástico (GCM)	990	11
Flujo plástico (Nilsen)	1160	13
Flujo plástico (Collins)	1609	18
Flujo plástico (Park y Paulay)	1048	12

El valor que se utilizó en la elaboración del modelo analítico fue el de Park y Paulay (1987) debido a que la deformación por contracción y el coeficiente de flujo plástico se calculan involucrando más variables que afectan el comportamiento del elemento y por lo tanto es más completo en su análisis.

5.3.2 Análisis de sensibilidad

Se realizó un análisis de sensibilidad de las variables que influyen en la resistencia a flexión de las losas de vigueta y bovedilla. Para este fin, se realizó un diseño del experimento, el cual se describe en la Figura 5.10. Las variables consideradas fueron: la resistencia a compresión del concreto de la vigueta, el espesor de la capa de compresión de concreto, la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión de concreto (CC), el porcentaje del presfuerzo inicial, el tipo de vigueta y el tipo de bovedilla.

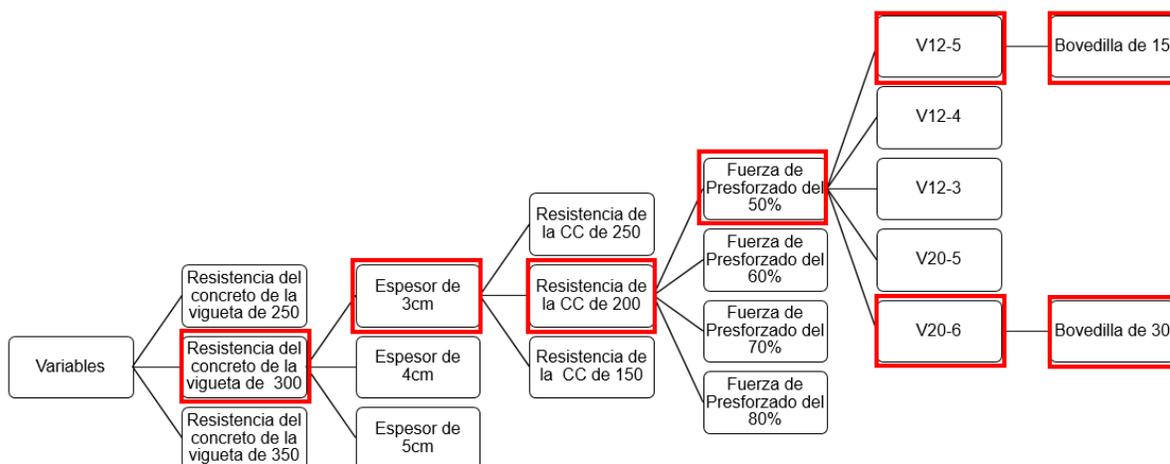


Figura 5.10 Diseño del experimento

En la Figura 5.10 se enmarcó en rojo los parámetros que se utilizaron como referencia para el análisis de sensibilidad de las variables. Se seleccionaron dos casos de estudio para este análisis de sensibilidad: vigueta 12-5 con bovedilla de 15 cm de espesor y vigueta 20-6 con bovedilla de 30 cm de espesor. Estos casos se seleccionaron ya que son los de mayor uso en el sureste de México. Los parámetros de referencia indicados en la Figura 5.10 son: resistencia a compresión del concreto de la vigueta de 300 kg/cm², espesor de la capa de compresión de 3 cm, resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión de 200 kg/cm², porcentaje de presfuerzo en el acero de la vigueta del 50%. Se consideró una longitud de losas de 500 cm.

Para realizar el análisis de sensibilidad se utilizó el modelo analítico de losas descrito en la metodología. Se analizó el efecto de las variables en la resistencia al agrietamiento por flexión de las losas. Esta resistencia se expresa como la carga de diseño de la losa (W_{cr}), de manera similar a las tablas de diseño (Tabla 4.6 a 4.8).

Vigueta 12-5 con bovedilla de 15 cm de espesor

En la Tabla 5.11 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de resistencia a compresión del concreto de la vigueta. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr f'c v300}$). En la Figura 5.11 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto

a la resistencia a compresión del concreto de la viga. Se observa que se presentan incrementos del orden del 2% en la resistencia de la losa al aumentar en 50 kg/cm² la resistencia a compresión del concreto de la viga.

Tabla 5.11 Efecto de la resistencia del concreto de la viga en la carga de diseño de la losa, para viga 12-5

f'_c Viga	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr f'_c v300}$
250	462.02	0.98
300	472.45	1.00
350	485.48	1.03

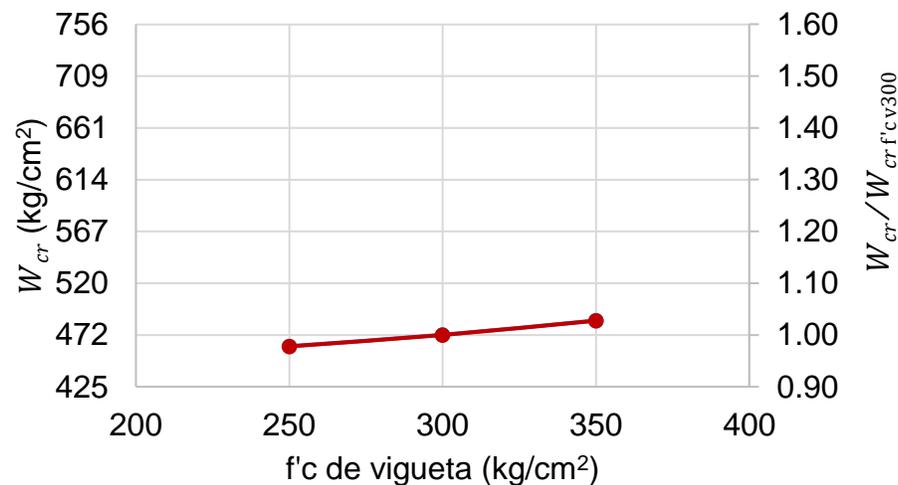


Figura 5.11 Efecto de la resistencia del concreto de la viga en la carga de diseño de la losa, para viga 12-5

En la Tabla 5.12 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de espesor de la capa de compresión. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr tCC3}$). En la Figura 5.12 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto al espesor de la capa de compresión. Se observa que se presentan incrementos del orden del 11% en la resistencia de la losa al aumentar en 1 cm el espesor de la capa de compresión.

Tabla 5.12 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5

Espesor CC	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr\ tCC3}$
3	472.45	1.00
4	525.07	1.11
5	578.11	1.22

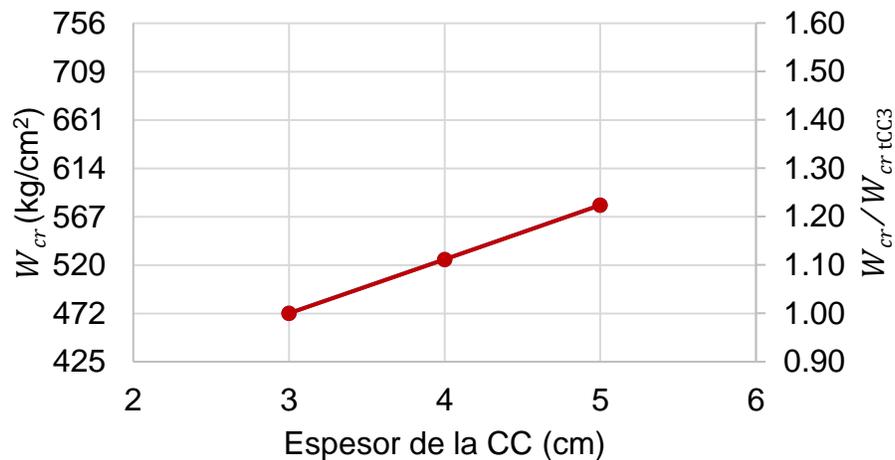


Figura 5.12 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5

En la Tabla 5.13 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de la resistencia del concreto de la capa de compresión. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr\ f'c\ CC200}$). En la Figura 5.13 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto a la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión. Se observa que se presentan incrementos del orden del 2% en la resistencia de la losa al aumentar en 50 kg/cm² la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión. Para el caso de la resistencia del concreto de la capa de compresión de 150 kg/cm², ésta no cumple con el esfuerzo permisible a compresión al alcanzar el momento de agrietamiento por flexión.

Tabla 5.13 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5

f'_c CC	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr f'_c CC200}$
150	461.03	0.98
200	472.45	1.00
250	481.36	1.02

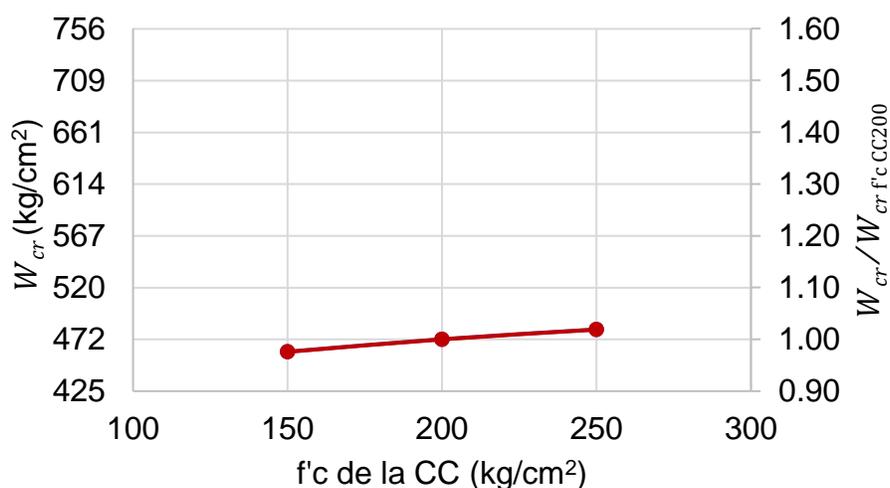


Figura 5.13 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5

En la Tabla 5.14 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de porcentaje de presfuerzo inicial en el acero. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr P50\%}$). En la Figura 5.14 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto al porcentaje de presfuerzo inicial en el acero. Se observa que se presentan incrementos del orden del 15% en la resistencia de la losa al aumentar en 10% el porcentaje de presfuerzo inicial en el acero. Para los casos de porcentaje de presfuerzo de 60, 70 y 80%, las viguetas no cumplen con el esfuerzo permisible a compresión en la transferencia en el lecho inferior en el apoyo. Adicionalmente, para porcentajes de presfuerzo de 70% y 80%, la capa a compresión de concreto de las losas no cumple con el esfuerzo

permisible a compresión en el agrietamiento por flexión. Para utilizar porcentajes de presfuerzo mayores al 50% se requiere aumentar la resistencia a compresión del concreto de la vigueta o aumentar el número de días antes de la transferencia.

Tabla 5.14 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5

% Presfuerzo	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr\ P50\%}$
50%	472.45	1.00
60%	542.31	1.15
70%	612.16	1.30
80%	682.02	1.44

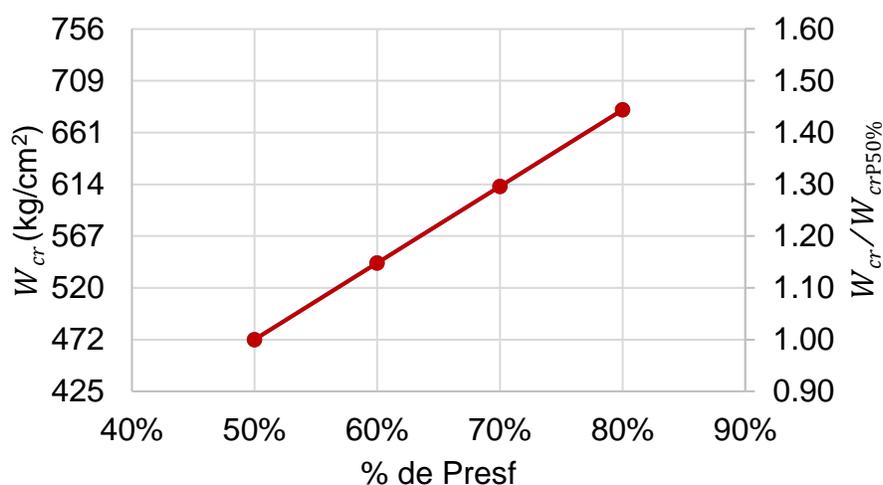


Figura 5.14 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 12-5

Vigueta 20-6 con bovedilla de 30 cm de espesor

En la Tabla 5.15 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de resistencia a compresión del concreto de la vigueta. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr\ f'c\ v300}$). En la Figura 5.15 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto a la resistencia a compresión del concreto de la vigueta. Se observa que se

presentan incrementos del orden del 2% en la resistencia de la losa al aumentar en 50 kg/cm² la resistencia a compresión del concreto de la vigueta.

Tabla 5.15 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la vigueta en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

f'_c Vigueta	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr f'_c v300}$
250	1232.61	0.98
300	1263.23	1.00
350	1298.53	1.03

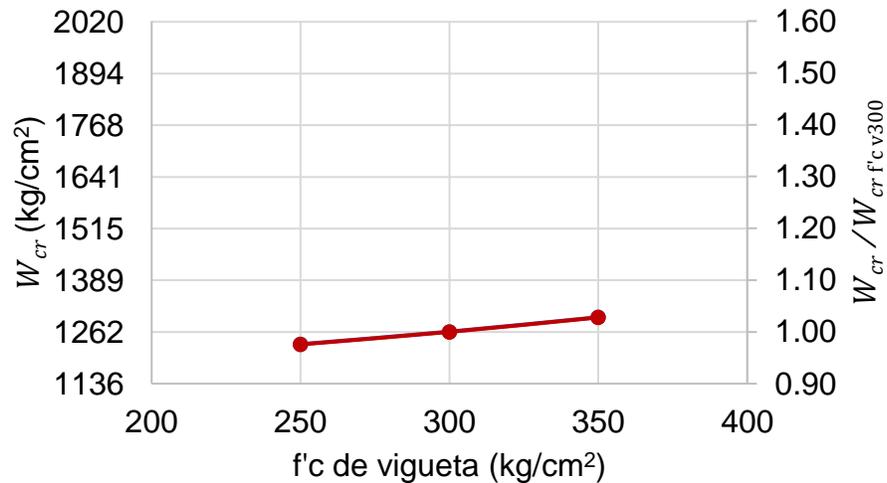


Figura 5.15 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la vigueta en la carga de diseño de losa, para vigueta 20-6

En la Tabla 5.16 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de espesor de la capa de compresión. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr tCC3}$). En la Figura 5.16 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto al espesor de la capa de compresión. Se observa que se presentan incrementos del orden del 8% en la resistencia de la losa al aumentar en 1 cm el espesor de la capa de compresión.

Tabla 5.16 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

Espesor CC	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr tCC3}$
3	1263.23	1.00
4	1359.06	1.08
5	1449.53	1.15

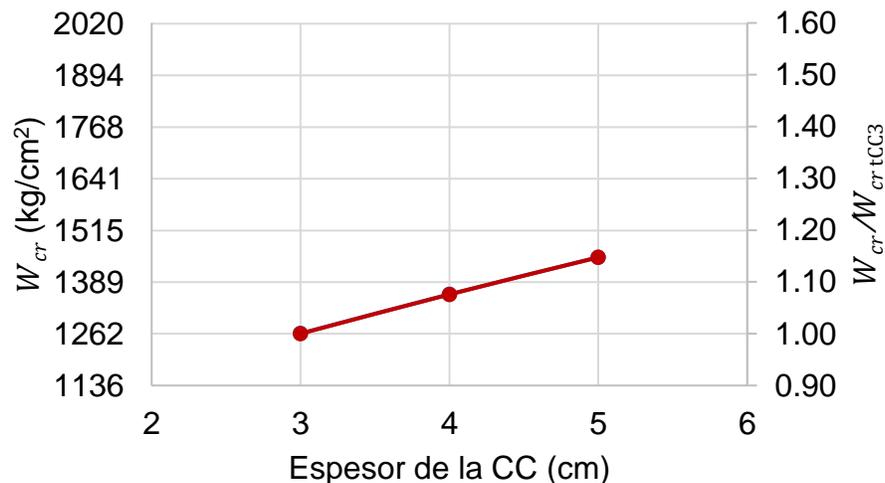


Figura 5.16 Efecto del espesor de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

En la Tabla 5.17 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr f'c CC200}$). En la Figura 5.17 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto a la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión. Se observa que se presentan incrementos del orden del 3% en la resistencia de la losa al aumentar en 50 kg/cm² la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión. Para el caso de la resistencia del concreto de la capa de compresión de 150 kg/cm², ésta no cumple con el esfuerzo permisible a compresión al alcanzar el momento de agrietamiento por flexión.

Tabla 5.17 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

f'_c CC	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr f'_c CC200}$
150	1229.24	0.97
200	1263.23	1.00
250	1290.75	1.02

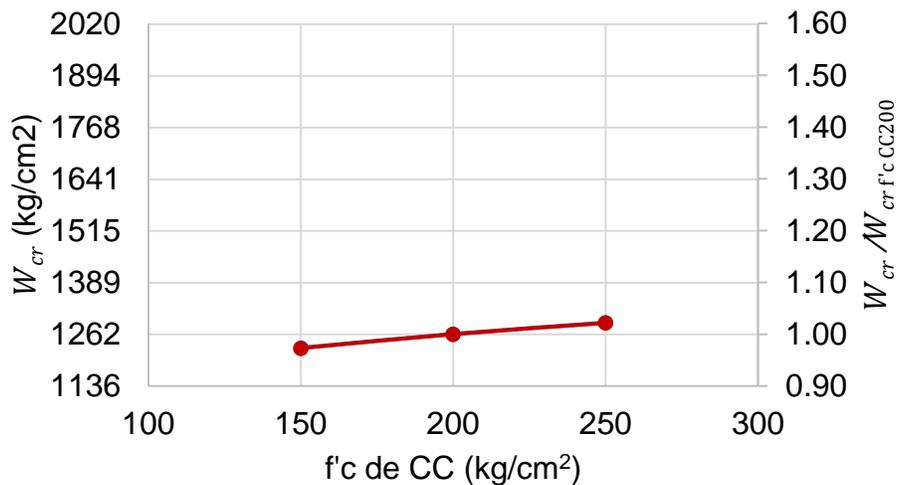


Figura 5.17 Efecto de la resistencia a compresión del concreto de la capa de compresión en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

En la Tabla 5.18 se presentan los valores de la carga de diseño de la losa (W_{cr}) para los distintos valores de porcentaje de presfuerzo inicial en el acero. Se normaliza la carga de diseño entre la carga de diseño de referencia ($W_{cr}/W_{cr P50\%}$). En la Figura 5.18 se grafica la variación de la carga de diseño de la losa con respecto al porcentaje de presfuerzo inicial en el acero. Se observa que se presentan incrementos del orden del 15% en la resistencia de la losa al aumentar en 10% el porcentaje de presfuerzo inicial en el acero. Para los casos de porcentaje de presfuerzo de 70 y 80%, las viguetas no cumplen con el esfuerzo permisible a compresión en la transferencia en el lecho inferior en el apoyo. Adicionalmente, para porcentajes de presfuerzo de 70% y 80%, la capa a compresión de concreto de las losas no cumple con el esfuerzo

permisible a compresión en el agrietamiento por flexión. Para utilizar porcentajes de presfuerzo mayores al 50% se requiere aumentar la resistencia a compresión del concreto de la vigueta o aumentar el número de días antes de la transferencia.

Tabla 5.18 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

% Presfuerzo	W_{cr} (kg/cm ²)	$W_{cr}/W_{cr P50\%}$
50%	1263.23	1.00
60%	1448.40	1.15
70%	1633.58	1.29
80%	1818.75	1.44

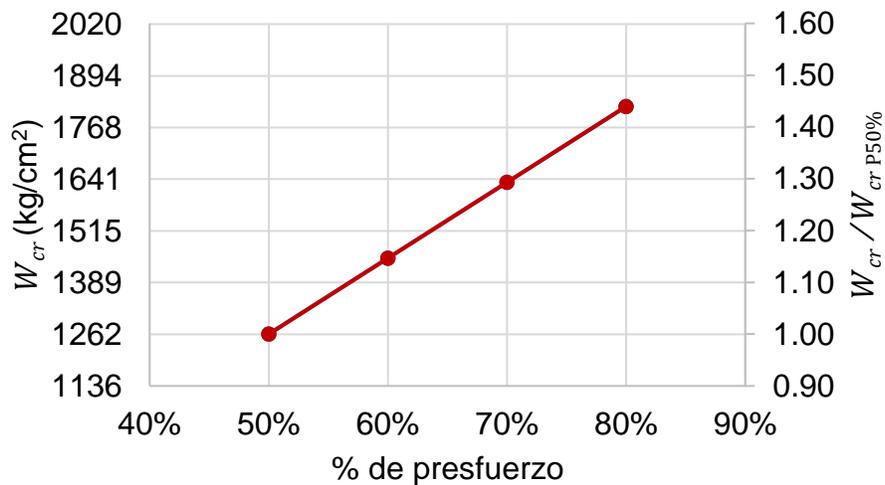


Figura 5.18 Efecto del porcentaje de presfuerzo inicial del acero en la carga de diseño de la losa, para vigueta 20-6

Se puede concluir del análisis de sensibilidad que las variables que más influyen en la resistencia al agrietamiento por flexión de las losas de vigueta y bovedilla son el porcentaje de presfuerzo inicial en el acero y el espesor de la capa de compresión de concreto. Al incrementar el porcentaje de presfuerzo inicial en el acero se incrementa el esfuerzo a compresión en la sección transversal de la vigueta, pero se

incrementan las pérdidas en el presfuerzo. Al incrementar el espesor de la capa de compresión se incrementa la inercia de la sección transversal de la losa y disminuyen los esfuerzos en la sección transversal.

5.3.3 Cortante vs Flexión

Se realizó una comparativa entre la resistencia a cortante y al agrietamiento por flexión para los casos que se utilizaron en el análisis de sensibilidad. En la Figura 5.19 se presenta la curva cortante vs flexión para la vigueta 12-5. Se puede concluir que el agrietamiento por flexión se alcanza antes que la resistencia a cortante en todas las longitudes.

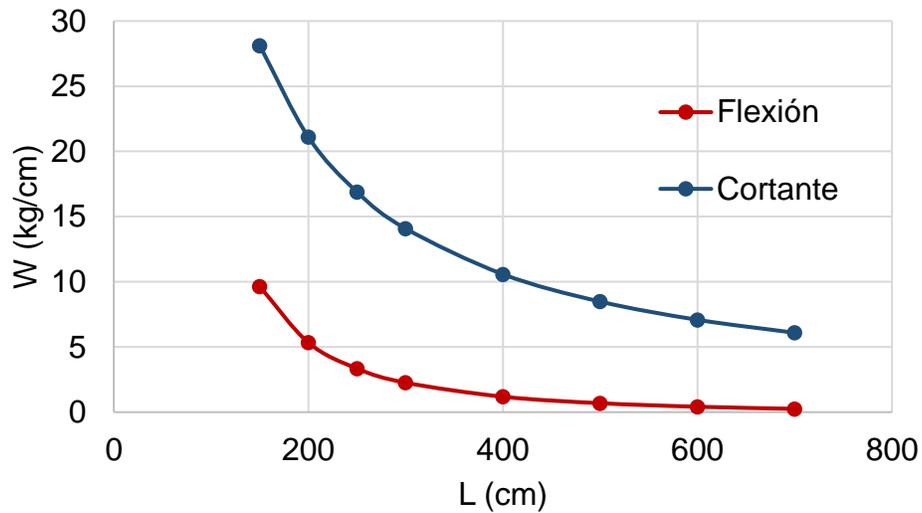


Figura 5.19 Cortante vs flexión para vigueta 12-5

En la Figura 5.20 se presenta la curva cortante vs flexión para la vigueta 20-6. Se puede concluir que el agrietamiento por flexión se alcanza antes que la resistencia a cortante en todas las longitudes.

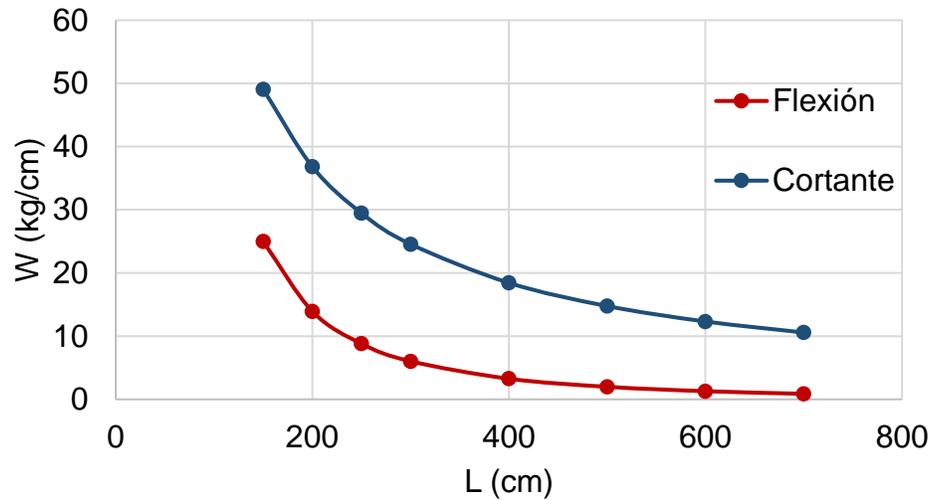


Figura 5.20 Cortante vs flexión para vigueta 20-6

En la Figura 5.21 se presenta la curva cortante vs flexión para una losa con vigueta 12-5 y bovedilla de 15 cm de espesor. Se puede concluir que para longitudes mayores a 200 cm la resistencia a cortante es considerablemente mayor que el agrietamiento por flexión. Sin embargo, para claros menores a 200 centímetros la resistencia a cortante se acerca al agrietamiento por flexión, por lo que debe limitarse la carga para evitar una falla por cortante.

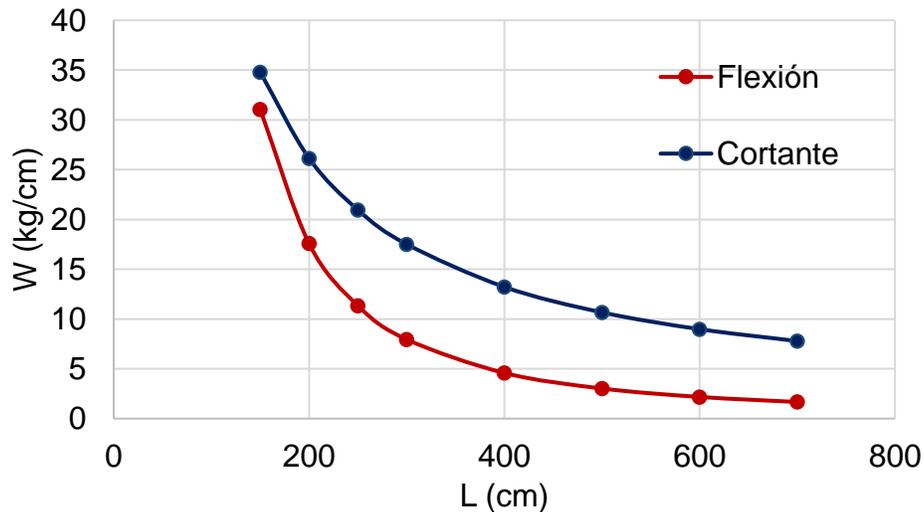


Figura 5.21 Cortante vs flexión para losa con vigueta 12-5 y bovedilla de 15 cm de espesor

En la Figura 5.22 se presenta la curva cortante vs flexión para una losa con vigueta 20-6 y bovedilla de 20 cm de espesor. Se observa que ocurre una intersección entre las curvas de cortante y el agrietamiento por flexión para una longitud de 200 cm. Para longitudes de 200 cm o menores se alcanza antes la resistencia a cortante por lo que debe limitarse la carga, para evitar una falla por cortante.

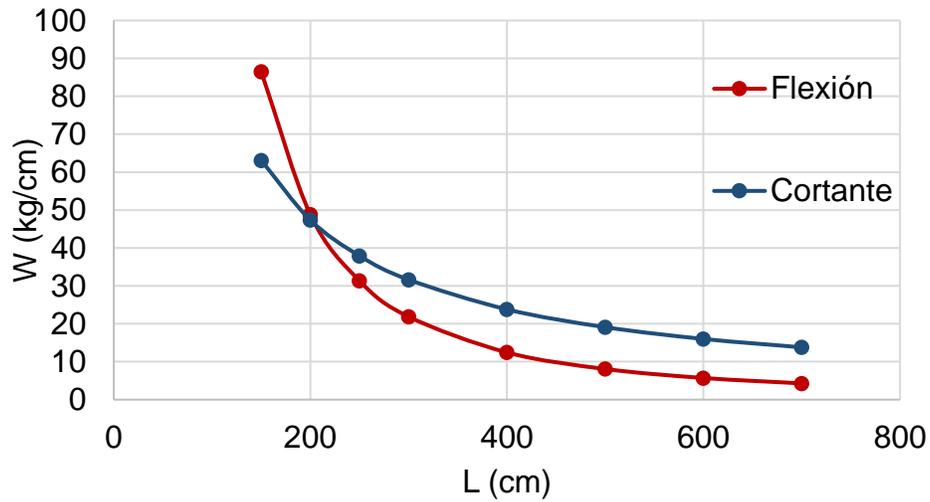


Figura 5.22 Cortante vs flexión para losa con vigueta 20-6 y bovedilla de 20 cm de espesor

5.3.4 Comparativa con proveedor

Se realizó una comparación entre una tabla de diseño de este estudio (Tabla 4.6) y la tabla de diseño de otro proveedor del sureste de México. Dicho proveedor únicamente presenta tablas de diseño para espesores de capa de compresión de 3 cm, por lo que se utiliza la tabla de diseño correspondiente. En la Tabla 5.19 se presenta la relación entre la carga de diseño (W_{cr}) de la Tabla 4.6, y la carga de diseño de la tabla del proveedor de la región (W_{crp}). Se observa que en algunos casos los valores de este estudio son menores hasta un 35%. Por lo anterior, se concluye que no se debe generalizar el uso de tablas de diseño de proveedores particulares, ya que pueden resultar en diseños incorrectos. Esto es, se requieren desarrollar tablas de diseño para cada fabricante de vigueta y bovedilla con base en las propiedades de sus materiales y su procedimiento de fabricación.

CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES

El objetivo general de este trabajo de investigación fue analizar los factores que intervienen en la resistencia de losas de vigueta y bovedilla. En este trabajo se realizaron estudios experimentales a viguetas elaboradas en el sureste de México. En los estudios experimentales se consideraron como variables el tipo de vigueta y las longitudes de claro. Se realizó un modelo analítico para predecir el comportamiento de las viguetas. Se realizó un modelo analítico para obtener las cargas de diseño para losas de vigueta y bovedilla. Se realizó un análisis de sensibilidad para estudiar las variables que intervienen en la resistencia a flexión de losas de vigueta y bovedilla. A partir de los resultados experimentales y analíticos, se formularon las siguientes conclusiones:

- Las ecuaciones desarrolladas permiten calcular la variación con el tiempo de las propiedades del concreto: resistencia a compresión, módulo de ruptura y módulo de elasticidad. Las funciones logarítmicas seleccionadas ajustan de manera satisfactoria los valores experimentales registrados en este estudio. Las ecuaciones son válidas para un intervalo de tiempo de 1 a 28 días.
- El modelo analítico de viguetas predice satisfactoriamente la carga de agrietamiento por flexión. La relación entre la carga de agrietamiento analítica y la experimental de las viguetas fue en promedio 1.02 con un coeficiente de variación de 0.14.
- La falla más común en las viguetas fue por flexión. Esta falla inició con la formación de grietas en el tercio central en la zona de tensión. Posteriormente, se propagaron las grietas hacia el centroide. Finalmente, se produjo el aplastamiento del concreto en la zona de compresión. En las viguetas de 20 cm de peralte con claros cortos de 180 cm se presentó falla por cortante. En el caso de las viguetas ensayadas en posición invertida se presentó fractura del acero.
- Las variables que más influyen en la resistencia al agrietamiento por flexión de una losa de vigueta y bovedilla son el porcentaje de presfuerzo inicial en

el acero y el espesor de la capa de compresión. Al incrementar el porcentaje de presfuerzo inicial en el acero se incrementa el esfuerzo a compresión en la sección transversal de la vigueta, pero se incrementan las pérdidas en el presfuerzo. Al incrementar el espesor de la capa a compresión se incrementa la inercia de la sección transversal de la losa y disminuyen los esfuerzos en la sección transversal.

- Para las losas con vigueta 12-5 y 20-6 se concluye que, para longitudes de 200 cm o menores, la resistencia a cortante se alcanza antes o está muy cercana a la de agrietamiento por flexión. Si las cargas de diseño están calculadas para claros mayores a 300 cm, esta carga estará regida por el agrietamiento por flexión.
- Se requieren desarrollar tablas de diseño para cada fabricante de vigueta y bovedilla con base en las propiedades de sus materiales y su procedimiento de fabricación. El uso generalizado de tablas de diseño puede conducir a diseños incorrectos.

REFERENCIAS

1. ACI- American Concrete Institute Committee 209 (1997). Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures. ACI 209R-92, EUA.
2. Collins M. P., Mitchell D. (1997). Prestressed concrete structures, Primera Edición, Response Publications, Ontario, Canadá.
3. GCM – Gobierno del Distrito Federal (2017). Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. “Gaceta Oficial del Distrito Federal”, México.
4. Nilson A. H. (1982). Diseño de estructuras de concreto presforzado, Primera edición, Editorial Limusa, Ciudad de México, México.
5. ONNCCE - Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación. S. C. (2015). Determinación de la resistencia a la flexión del concreto usando una viga simple con carga en los tercios del claro. NMX-C-191-ONNCCE-2015, Diario Oficial de la Federación. Ciudad de México, México.
6. ONNCCE - Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación. S. C. (2014). Industria de la construcción-Componentes para sistemas de losas prefabricadas de concreto-Especificaciones y métodos de ensayo. NMX-C-406-ONNCCE-2014, Diario Oficial de la Federación. Ciudad de México, México.
7. ONNCCE - Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación. S. C. (2015). Industria de la construcción-Concreto-Determinación de la resistencia a la compresión de cilindros de concreto-Método de prueba. NMX-C-083-ONNCCE-2014, Diario Oficial de la Federación. Ciudad de México, México.
8. ONNCCE - Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación. S. C. (1997). Industria de la construcción-Concreto

sometido a compresión- Determinación del módulo de elasticidad estático y relación de Poisson. NMX-C-128-ONNCCE-1997, Diario Oficial de la Federación. Ciudad de México, México.

9. Park R., Paulay T. (1988). Estructuras de concreto reforzado, Cuarta Edición, Editorial Limusa, Ciudad de México, México.
10. Rosado A. I. (2014). Desempeño elástico y plástico del concreto fabricado con agregados reciclados de origen calizo de residuos de demolición. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán, México.
11. Sánchez E. (2017). Comportamiento elástico y plástico del concreto con agregado calizo de alta absorción a edades tempranas. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán, México.
12. Secretaría de Comercio y Fomento Industrial (1988). Métodos de prueba mecánicos para productos de acero. NMX-B-172-1988, Diario Oficial de la Federación. Ciudad de México, México.

APÉNDICE A PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

En este apéndice se presentan las tablas de los resultados experimentales de las propiedades de los materiales de todos los cilindros y vigas ensayados.

En la Tabla A.1 se presenta la resistencia a compresión (f_c) de cada espécimen, la resistencia a compresión promedio y el coeficiente de variación, del concreto de la barcada B1.

Tabla A.1 Resistencia a compresión promedio de los cilindros de la barcada B1

Edad (Días)	Especímenes	f_c (kg/cm ²)	f_c promedio (kg/cm ²)	C.V. (%)
1	B1-1	175.93	170.91	3.20
	B1-2	165.09		
	B2-1	171.71		
3	B2-2	226.43	222.30	1.77
	B2-3	221.85		
	B3-1	218.61		
7	B3-2	247.94	256.74	3.57
	B3-3	256.03		
	B4-1	266.24		
14	B4-2	293.69	282.26	3.60
	B5-1	274.27		
	B5-2	278.84		
28	B1-3	297.46	299.45	1.53
	B1-4	303.35		
	B1-5	303.06		
	B5-3	293.91		

En la Tabla A.2 se presenta la resistencia a compresión (f_c) de cada espécimen, la resistencia a compresión promedio y el coeficiente de variación, del concreto de la barcada B2.

Tabla A.2 Resistencia a compresión promedio de los cilindros de la barcada B2

Edad (Días)	Especímenes	f_c (kg/cm ²)	f_c promedio (kg/cm ²)	C.V. (%)
1	B6-1	150.45	151.03	2.74
	B6-2	155.13		
	B7-1	145.30		
	B7-2	154.98		
	B6-5	149.31		
3	B6-3	203.19	209.77	3.51
	B6-4	208.67		
	B7-3	205.93		
	B7-4	208.78		
	B8-1	222.30		
7	B6-6	238.60	239.78	2.49
	B6-7	229.81		
	B7-5	243.84		
	B7-6	242.92		
	B8-2	243.71		
14	B6-8	262.40	260.10	3.49
	B6-9	264.77		
	B7-7	246.78		
	B7-8	270.53		
	B7-9	255.99		
28	B6-10	290.96	287.06	1.00
	B6-11	286.19		
	B6-12	286.95		
	B7-10	284.13		
	B7-11	287.05		

En la Tabla A.3 se presenta el módulo de elasticidad (E_c) de cada espécimen, el módulo de elasticidad promedio y el coeficiente de variación, del concreto.

Tabla A.3 Módulo de elasticidad promedio del concreto

Edad (Días)	Espécimen	σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	ε_1	ε_2	E_c (kg/cm ²)	E_c promedio (kg/cm ²)	C.V.
1	B6-1	15.24	60.18	0.00005	0.000284	191992	194870	3.42%
	B6-2	13.08	62.05	0.00005	0.000289	204794		
	B7-1	13.80	58.12	0.00005	0.000281	192203		
	B7-2	11.19	61.99	0.00005	0.000317	190493		
3	B6-3	13.76	81.27	0.00005	0.000347	227357	236587	3.88%
	B6-4	13.30	83.47	0.00005	0.000347	236450		
	B7-3	17.14	82.37	0.00005	0.000309	251625		
	B8-1	17.74	88.92	0.00005	0.000357	231605		
7	B6-6	18.92	95.44	0.00005	0.000331	271969	255152	4.54%
	B6-7	16.98	91.92	0.00005	0.000350	249645		
	B7-6	16.31	97.17	0.00005	0.000369	253124		
	B8-2	15.67	97.48	0.00005	0.000383	245870		
14	B6-8	15.06	104.96	0.00005	0.000421	242078	259904	6.55%
	B6-9	13.56	105.91	0.00005	0.000420	249502		
	B7-7	17.77	98.71	0.00005	0.000351	269244		
	B7-8	15.94	108.21	0.00005	0.000381	278793		
28	B6-10	18.82	116.38	0.00005	0.000412	269698	275176	2.43%
	B6-11	23.10	114.48	0.00005	0.000374	281623		
	B6-12	19.94	114.78	0.00005	0.000388	280272		
	B7-10	16.35	113.65	0.00005	0.000412	269109		

En la Tabla A.4 se presenta el módulo de ruptura (f_r) de cada espécimen, el módulo de ruptura promedio y el coeficiente de variación, del concreto.

Tabla A.4 Módulo de ruptura promedio del concreto

Edad (Días)	Especímenes	f_r (kg/cm ²)	f_r promedio (kg/cm ²)	C.V. (%)
1	B1-1	27.91	29.15	4.49
	B2-1	30.51		
	B2-2	29.04		
3	B2-3	34.27	33.94	0.84
	B3-1	33.80		
	B3-2	33.74		
7	B3-3	35.93	35.00	2.29
	B4-1	34.53		
	B4-2	34.56		
14	B4-3	36.91	35.92	2.68
	B5-1	35.87		
	B5-2	34.99		
28	B5-3	37.86	38.79	3.37
	B1-2	39.72		
	--	--		

APÉNDICE B CURVAS CARGA-DESPLAZAMIENTO DE LAS VIGUETAS

En este apéndice se presentan las curvas carga-desplazamiento de los ensayos experimentales de las viguetas. Se señala con un marcador la carga de agrietamiento (P_{cr}) y la carga última (P_u).

En la Figura B.1 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V1 correspondiente a una vigueta 12-5 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

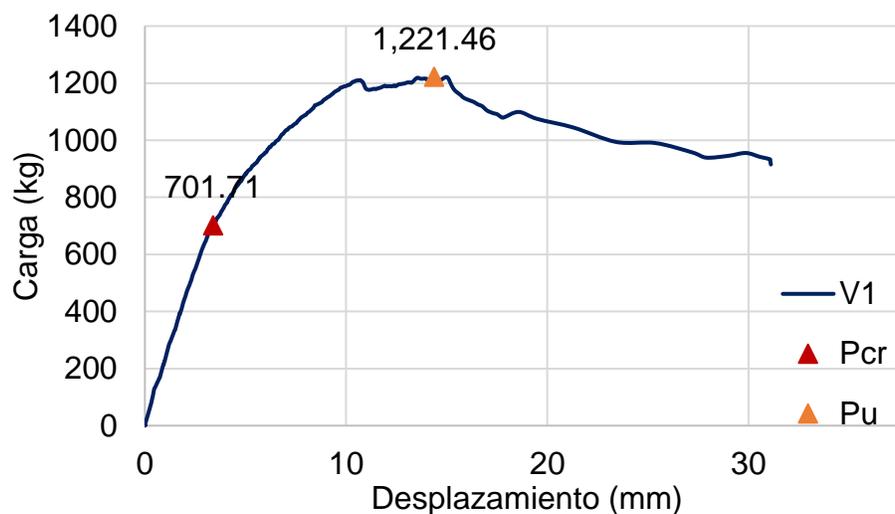


Figura B.1 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V1

En la Figura B.2 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V2 correspondiente a una vigueta 12-5 ensayada en posición invertida y con un claro de 180 cm.

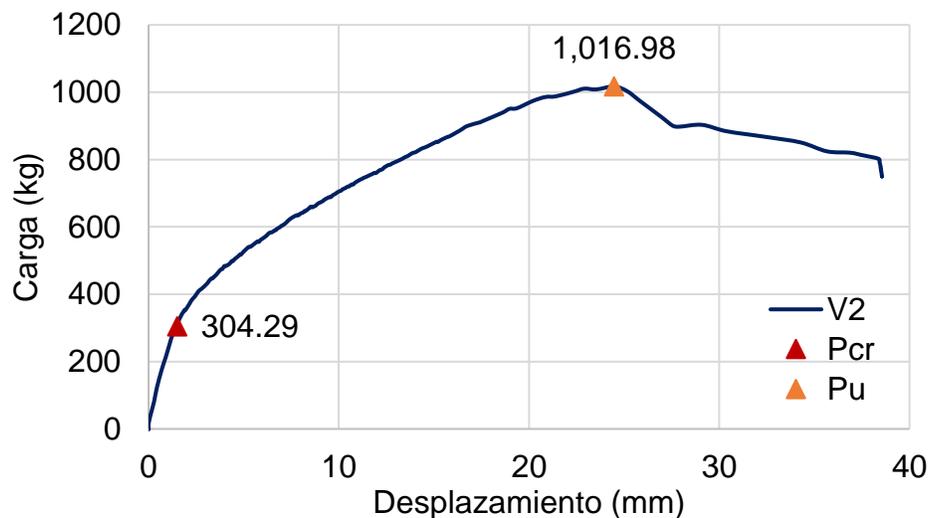


Figura B.2 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V2

En la Figura B.3 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V3 correspondiente a una vigueta 12-3 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

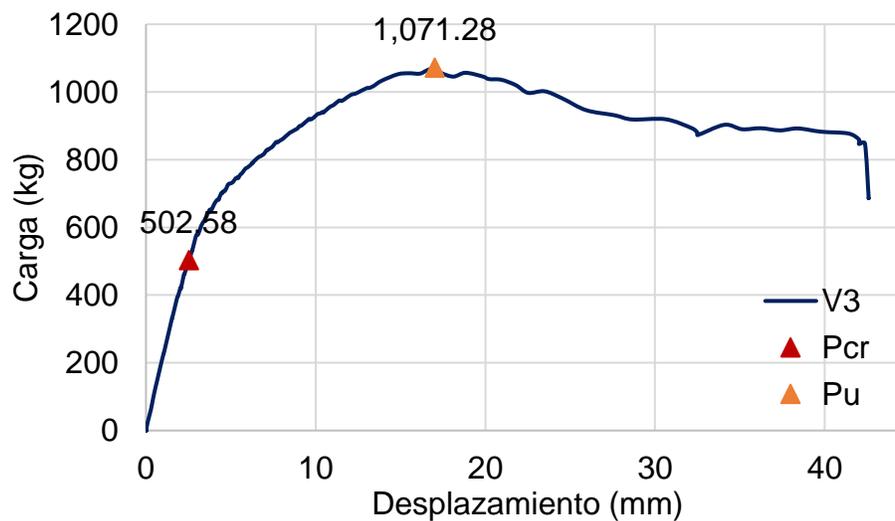


Figura B.3 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V3

En la Figura B.4 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V4 correspondiente a una vigueta 12-3 ensayada en posición invertida y con un claro de 180 cm.

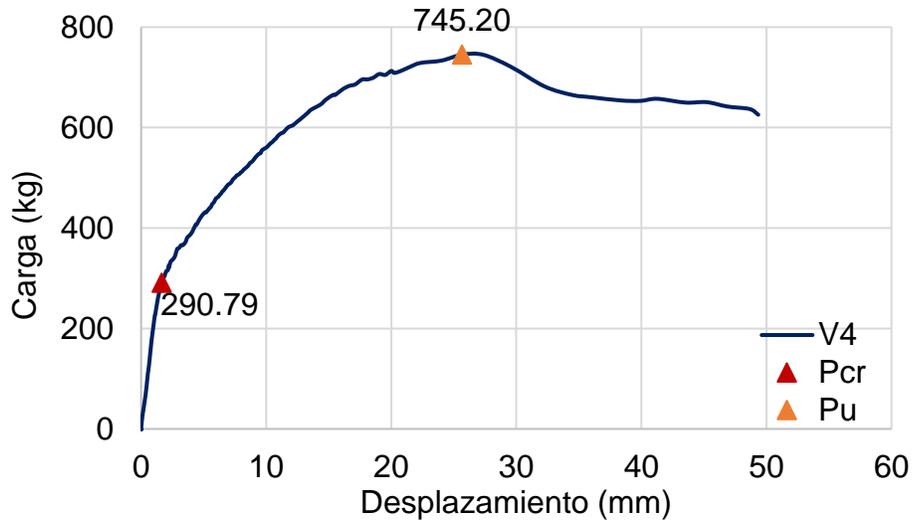


Figura B.4 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V4

En la Figura B.5 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V5 correspondiente a una vigueta 12-3 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

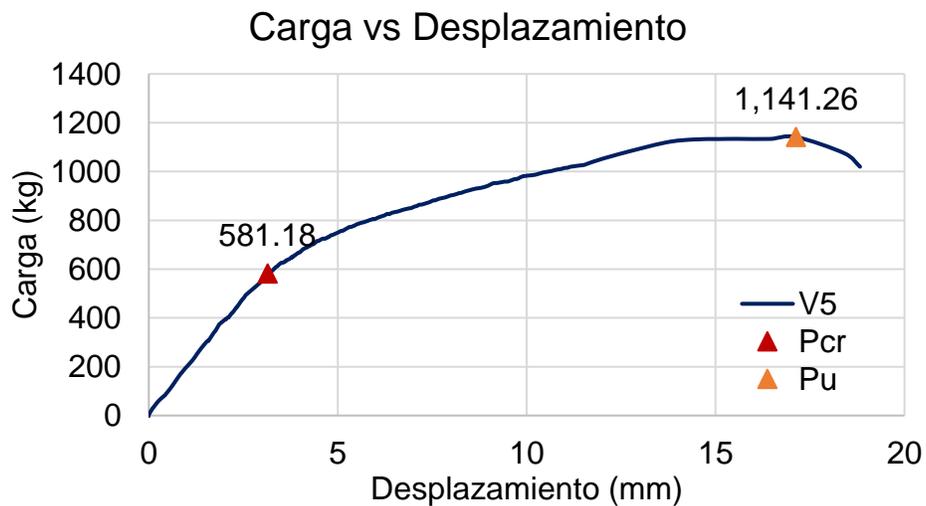


Figura B.5 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V5

En la Figura B.6 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V6 correspondiente a una vigueta 12-4 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

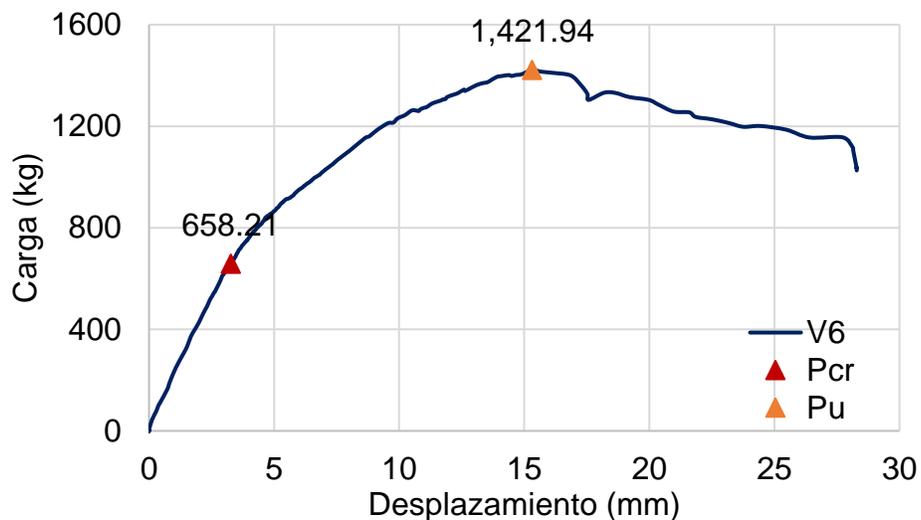


Figura B.6 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V6

En la Figura B.7 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V7 correspondiente a una vigueta 12-4 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

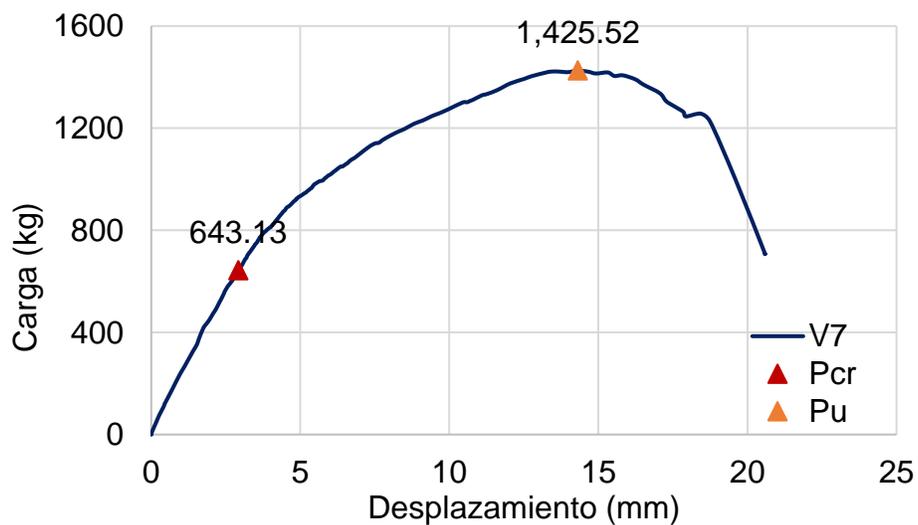


Figura B.7 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V7

En la Figura B.8 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V8 correspondiente a una vigueta 20-5 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

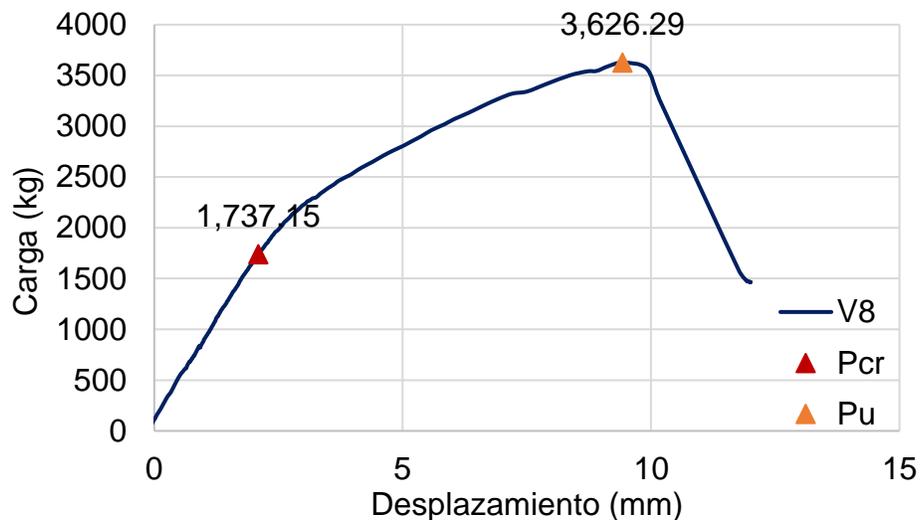


Figura B.8 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V8

En la Figura B.9 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V9 correspondiente a una vigueta 20-5 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

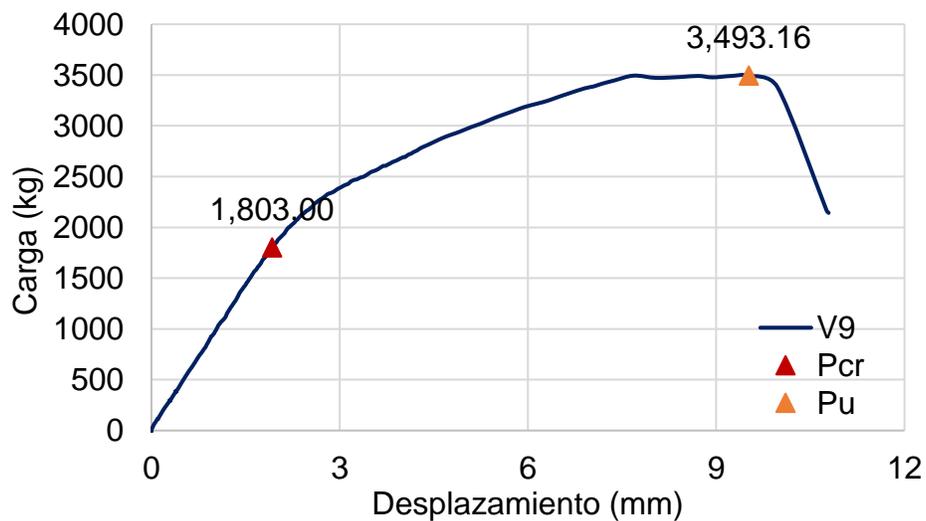


Figura B.9 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V9

En la Figura B.10 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V10 correspondiente a una vigueta 20-6 ensayada en posición normal y con un claro de 180 cm.

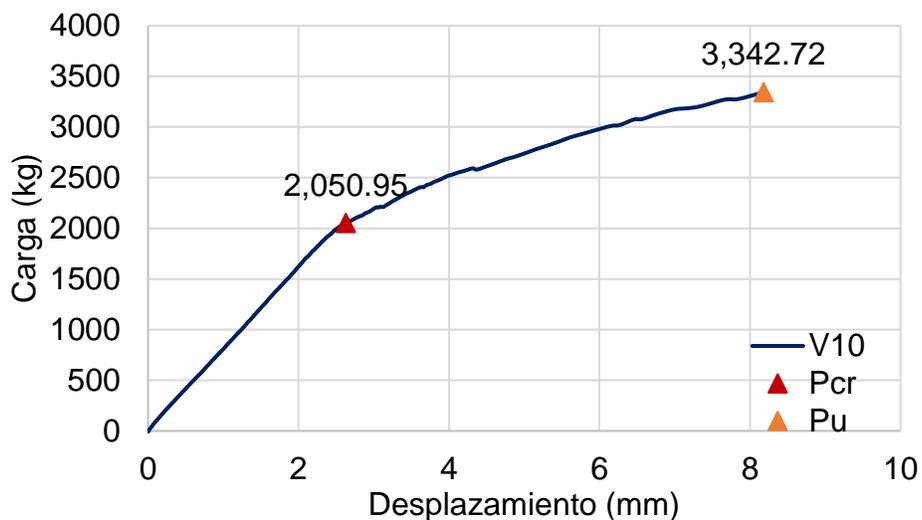


Figura B.10 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V10

En la Figura B.11 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V11 correspondiente a una vigueta 20-6 ensayada en posición normal y con un claro de 280 cm.

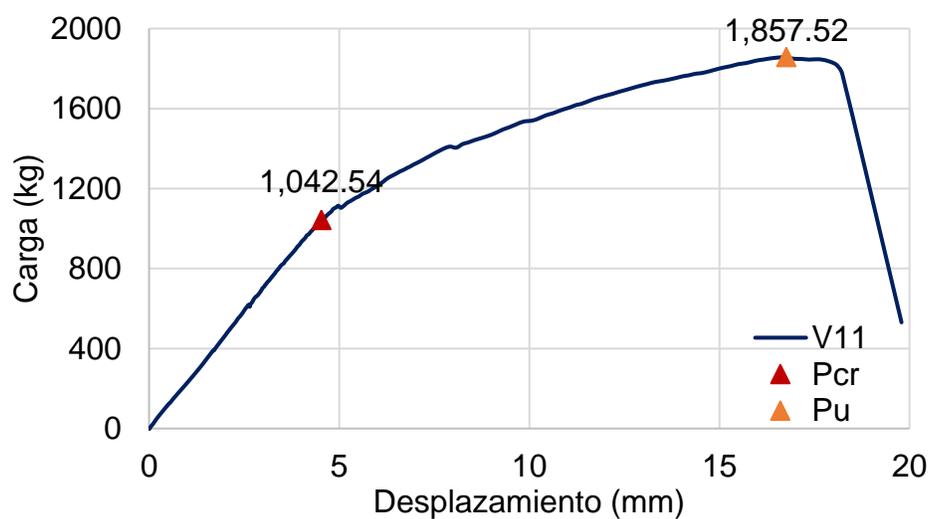


Figura B.11 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V11

En la Figura B.12 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V12 correspondiente a una vigueta 20-6 ensayada en posición normal y con un claro de 280 cm.

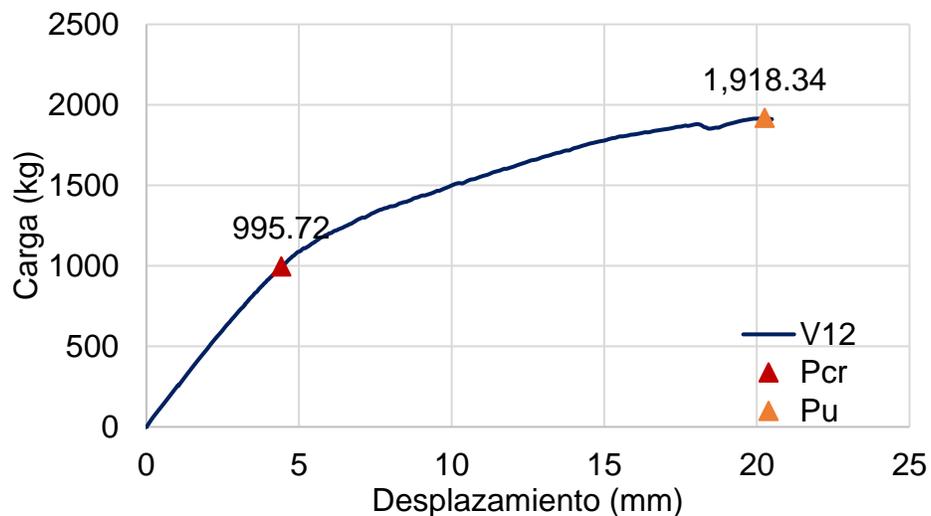


Figura B.12 Curva carga-desplazamiento de la viga V12

En la Figura B.13 se presenta la curva carga-desplazamiento de la viga V13 correspondiente a una viga 20-6 ensayada en posición invertida y con un claro de 330 cm.

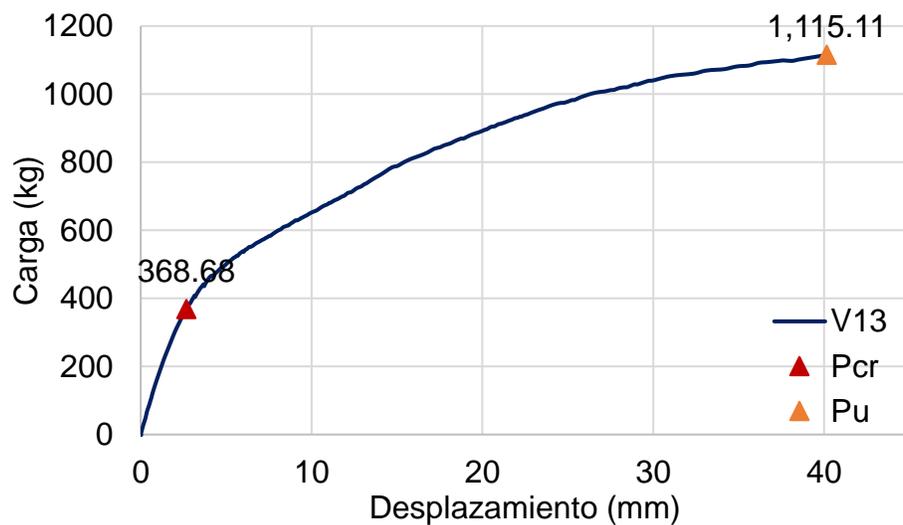


Figura B.13 Curva carga-desplazamiento de la viga V13

En la Figura B.14 se presenta la curva carga-desplazamiento de la viga V14 correspondiente a una viga 12-5 ensayada en posición invertida y con un claro de 330 cm.

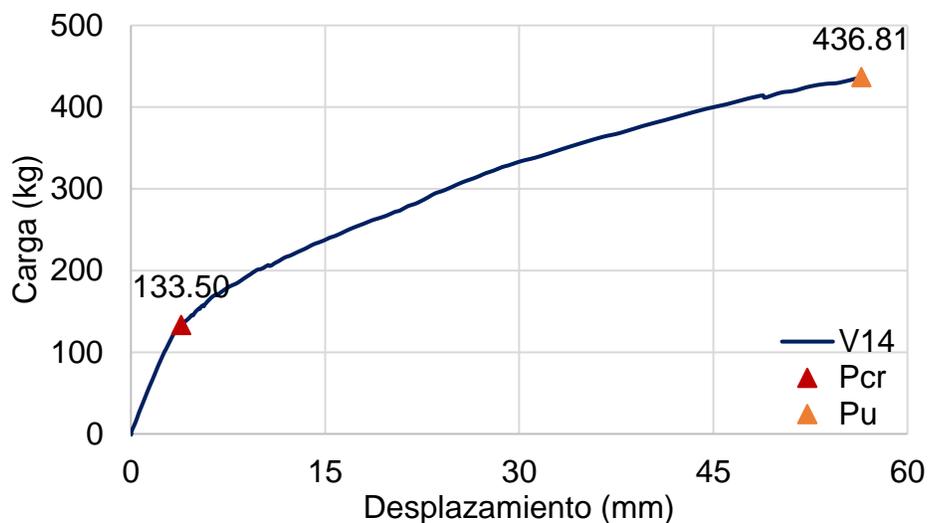


Figura B.14 Curva carga-desplazamiento de la viga V14

En la Figura B.15 se presenta la curva carga-desplazamiento de la viga V15 correspondiente a una viga 12-3 ensayada en posición normal y con un claro de 370 cm.

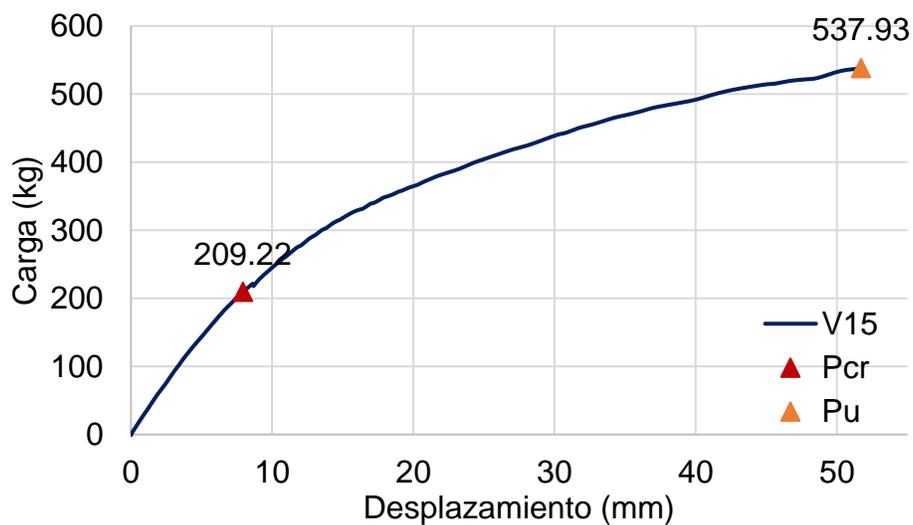


Figura B.15 Curva carga-desplazamiento de la viga V15

En la Figura B.16 se presenta la curva carga-desplazamiento de la viga V16 correspondiente a una viga 12-4 ensayada en posición normal y con un claro de 450 cm.

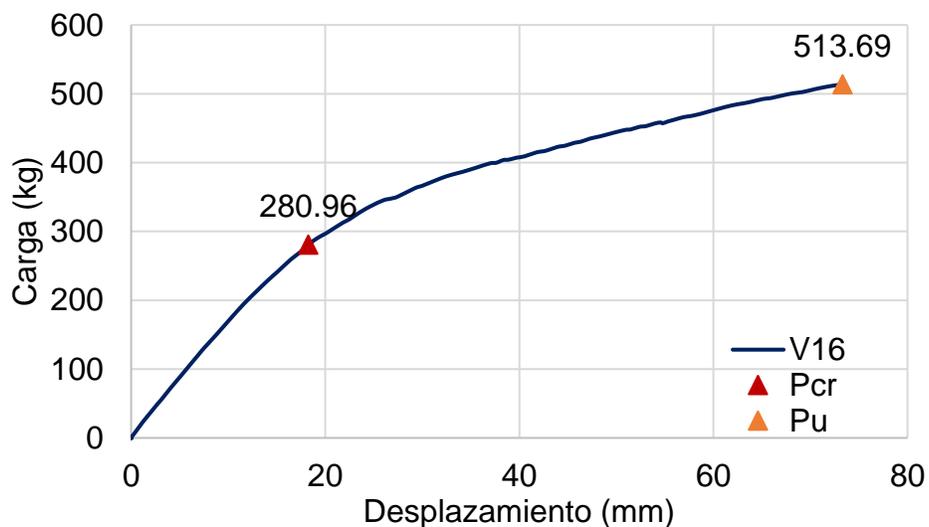


Figura B.16 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V16

En la Figura B.17 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V17 correspondiente a una vigueta 12-5 ensayada en posición normal y con un claro de 680 cm.

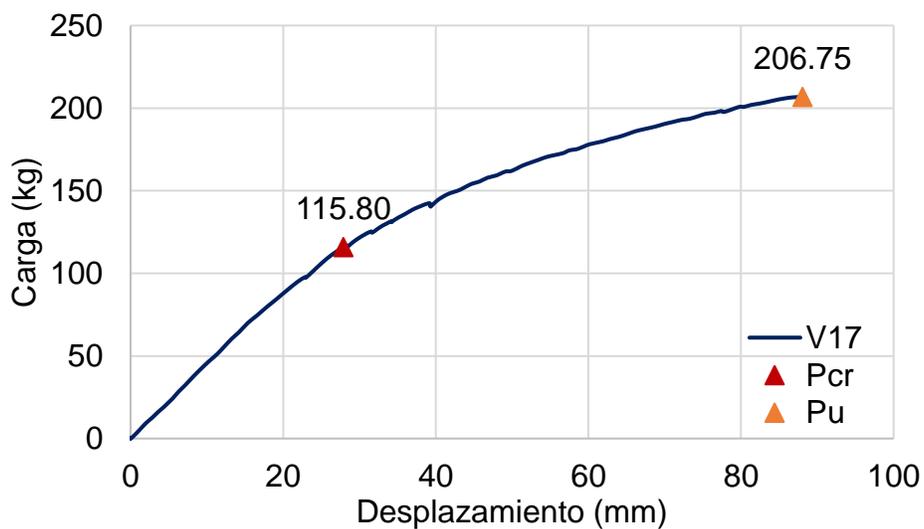


Figura B.17 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V17

En la Figura B.18 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V18 correspondiente a una vigueta 20-6 ensayada en posición normal y con un claro de 680 cm.

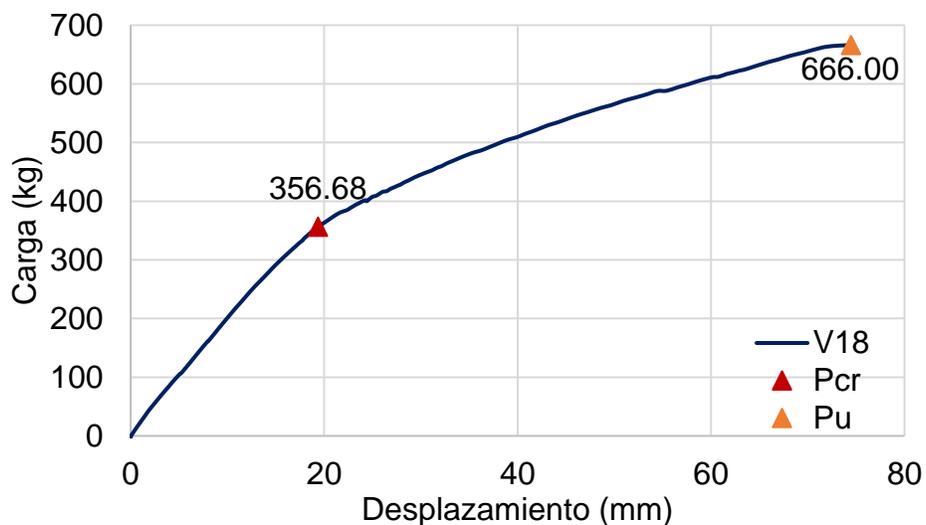


Figura B.18 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V18

En la Figura B.19 se presenta la curva carga-desplazamiento de la vigueta V19 correspondiente a una vigueta 20-5 ensayada en posición normal y con un claro de 680 cm.

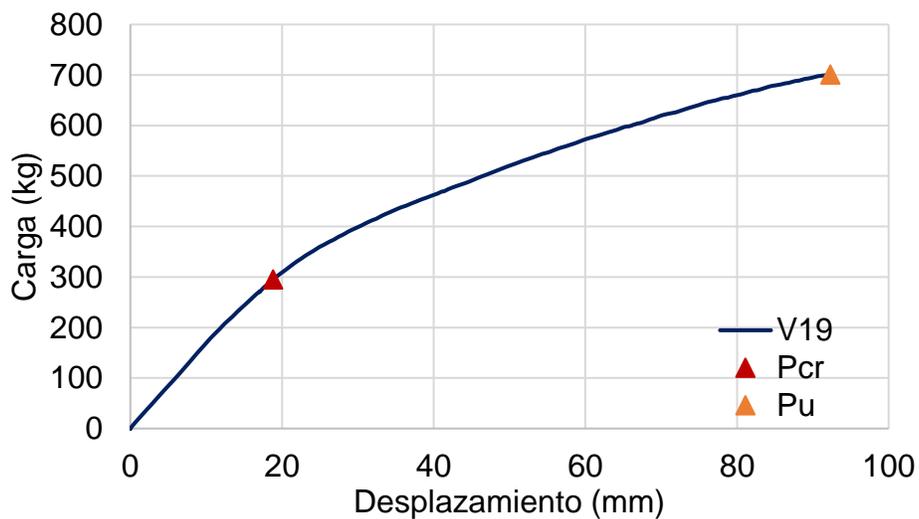


Figura B.19 Curva carga-desplazamiento de la vigueta V19